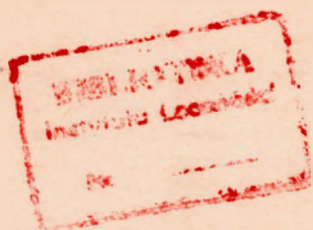


MINISTERSTWO ŁĄCZNOŚCI



**PRACE  
INSTYTUTU ŁĄCZNOŚCI**

**ROK XV**

**ZESZYT 2(50)**

**WARSZAWA 1968**

**WYDAWNICTWA NAUKOWO - TECHNICZNE**

## SPIS TREŚCI

- 2-6  
gd.
1. *Alfons Podemski* — Sumowanie zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego . . . . . 3
  2. *Sławoj Walaszek* — Szacowanie liczby połączeń próbnych przy badaniu układów komutacyjnych . . . . . 29

## СОДЕРЖАНИЕ

1. *А. Подэмски* — Суммирование искажений дифференциальной фазы и дифференциального усиления . . . . . 3
2. *С. Валяшек* — Оценка числа проверочных соединений при исследовании коммутационных схем . . . . . 29

## CONTENS

1. *A. Podemski* — Summation of differential phases and differential gains 3
2. *S. Walaszek* — Evaluation of the number of test calls while the examining exchange plants . . . . . 29

## SOMMAIRE

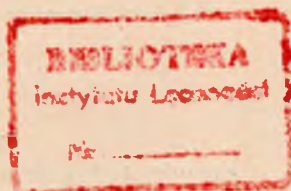
1. *A. Podemski* — Addition des phases différentielles et des gains différentiels 3
2. *S. Walaszek* — Evaluation du nombre de connexions d'essai, nécessaires pour vérifier le fonctionnement des installations de commutation . . . . . 29

## INHALTSVERZEICHNIS

1. *A. Podemski* — Summierung der Differenzphasen- und Differenzverstärkungsverzerrungen . . . . . 3
2. *S. Walaszek* — Schätzung der Prüfverbindungsanzahl bei der Untersuchung der Fernsprechscheinrichtungen . . . . . 29

MINISTERSTWO ŁĄCZNOŚCI

---



# PRACE INSTYTUTU ŁĄCZNOŚCI

ROK XV

ZESZYT 2(50)

WARSZAWA 1968

---

WYDAWNICTWA NAUKOWO-TECHNICZNE

Komitet redakcyjny  
Redaktor Naczelny — *prof. mgr inż. Sylwester Jarkowski*

Redaktorzy działów: *•*  
*adj. inż. Aleksy Brodowski, prof. mgr inż. Lesław Kędzierski*  
Sekretarz Redakcji — *Janina Janicka*

Adres Redakcji  
Instytut Łączności, Warszawa-Miedzeszyn, ul. Szachowa 1

WSZELKIE PRAWA ZASTRZEŻONE

*Printed in Poland*

Opracowano w Dziale Wydawniczym Instytutu Łączności

Redaktor techniczny *J. Pakoca*

---

WNT Warszawa 1969. Symbol 80419/INB. Wydanie I. Nakład 600 egz. Ark.  
wyd. 3,5. Ark. druk. 2,75 (3,66/A). Format B5. Papier ilustracyjny kl. V, 70 g.  
Oddano do składania 8. 4. 1969 r. Podpisano do druku w lipcu 1969 r. Druk  
ukończono w lipcu 1969 r. Cena zł 13.—

Zakłady Graficzne im. M. Kasprzaka w Poznaniu — zlec. 895/69 — G-2/660

ALFONS PODEMSKI

621.391.83:621.397.132

## SUMOWANIE ZNIEKSZTAŁCEŃ FAZY RÓŻNICOWEJ I WZMOCNIENIA RÓŻNICOWEGO

Rękopis dostarczono do Komitetu Redakcyjnego dnia 16. X. 1966 r.

Rozpatrzone zagadnienie sumowania zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego w urządzeniach telewizyjnych. Podano metodę określania sumarycznych zniekształceń na wyjściu szeregowo połączonych czwórników, opartą na zasadzie dodawania zniekształceń występujących w poszczególnych czwórnikach na określonych poziomach sygnału wizyjnego. Wyprowadzono wzory do obliczania sumarycznych zniekształceń różnicowych. Przytoczono również wyniki badań eksperymentalnych

### 1. WSTĘP

We współczesnych systemach telewizji kolorowej do przesyłania informacji o kolorze wykorzystuje się odpowiednio modulowaną falę nośną, zwaną podnośną chrominancji i umieszczoną w pasmie częstotliwości sygnału luminancji. Przy przesyłaniu takiego sygnału przez liniowy tor przesyłowy nie występuje wzajemne oddziaływanie na siebie sygnałów luminancji i chrominancji.

Jeżeli jednak układ przesyłowy jest nieliniowy, to sygnał luminancji wpływa na amplitudę i fazę sygnału podnośnej, co może wywoływać niewłaściwe odtwarzanie kolorów obrazu. Takie zniekształcenia amplitudy czy fazy sygnału podnośnej chrominancji są znane pod nazwą zniekształceń zależnych od poziomu sygnału luminancji lub zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego. Zniekształcenia te mają duże znaczenie przy określaniu przydatności do potrzeb telewizji kolorowej poszczególnych członów toru przesyłowego.

Przyczyny powstawania zniekształceń różnicowych są szczegółowo omówione w [1], [2], [3], [4], [5], [6]. Bardzo ważnym zagadnieniem jest znajomość zasad sumowania tych zniekształceń.

Dla urządzeń telewizyjnych, wykorzystywanych do przesyłania sygnałów obrazu kolorowego, podaje się zwykle maksymalne wartości zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego. Prawidłowe jednak obliczenie sumarycznych zniekształceń łańcucha szeregowo połączonych układów jest utrudnione, ponieważ w poszczególnych układach, maksymalne wartości zniekształceń różnicowych mogą występować przy różnych poziomach sygnału luminancji, a poza tym mogą osiągać wartości bądź dodatnie, bądź też ujemne. W pracach [7], [8], [9] przy obliczaniu sumarycznych zniekształceń toru transmisyjnego, składającego się z kilku rodzajów urządzeń (wzmacniacze rozdzielcze, linia dosyłowa, linia dalekosiężna, nadajnik i odbiornik), podają dwie sumaryczne wartości zniekształceń: jedną, która jest sumą arytmetyczną, a drugą będącą sumą geometryczną wartości zniekształceń poszczególnych układów. Według zalecenia CCIR, Nr 451 dla jednego z systemów telewizyjnych, dla obliczania sumarycznych zniekształceń nieliniowych w liniach dalekosiężnych należy przyjmować wykładnik potęgi sumowania  $p = \frac{2}{3}$ . Jednak obliczona w ten sposób wartość zniekształceń jest jedynie wartością orientacyjną i nie może być wykorzystana przy projektowaniu urządzeń.

W niniejszej pracy rozpatrzono zagadnienie sumowania zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego, zaproponowano przy tym ogólne zasady ich sumowania oraz przytoczono wyniki badań eksperymentalnych, które potwierdzają rozważania teoretyczne.

## **2. OKREŚLANIE SUMARYCZNYCH ZNIEKSZTAŁCEŃ FAZY RÓŻNICOWEJ I WZMOCNIENIA RÓŻNICOWEGO NA CZĘSTOTLIWOŚCI PODNOŚNEJ SYGNAŁU CHROMINANCJI**

### **2.1. Analiza zniekształceń fazy i wzmocnienia różnicowego**

Zniekształcenie wzmocnienia różnicowego czwórnika przenoszącego sygnał telewizyjny jest określone jako różnica wzmocnień amplitud o małej wartości sinusoidalnego napięcia wielkiej częstotliwości występujących przy dwóch ustalonych poziomach sygnału małej częstotliwości, na który jest ono nałożone. Przy określaniu zniekształceń wzmocnienia różnicowego przy częstotliwości podnośnej sygnału chrominancji, sinusoidalnym napięciem wielkiej częstotliwości jest częstotliwość podnośna  $U_p$ , a napięciem małej częstotliwości — składowe małej częstotliwości sygnału luminancji  $U_L$ , które będziemy oznaczać przez  $L$ .

Wartość zniekształcenia wzmocnienia różnicowego przy częstotliwości podnośnej sygnału chrominancji określa się z zależności:

$$K_r = 1 - \frac{U(L_1)}{U(L_2)} \quad (1)$$

gdzie:

$K_r$  — wzmocnienie różnicowe,

$U(L_1)$  — amplituda podnośnej, jeśli poziom sygnału luminancji jest  $L_1$ ,

$U(L_2)$  — amplituda podnośnej, jeśli poziom sygnału luminancji jest  $L_2$ .

Zwykle, dla układów telewizyjnych podaje się maksymalne wartości zniekształceń różnicowych. Wobec tego, wzór (1) można przedstawić jako:

$$K_r = 1 - \frac{U_{min}}{U_{max}} = 1 - \frac{U \cdot K_{min}}{U \cdot K_{max}} = 1 - \frac{K_{min}}{K_{max}} \quad (2)$$

gdzie:

$U_{min}$  i  $U_{max}$  — minimalne i maksymalne napięcia podnośnej na wyjściu układu,

$K_{min}$  i  $K_{max}$  — minimalne i maksymalne wzmocnienia układu przy częstotliwości podnośnej.

Zniekształcenie fazy różnicowej czwórnika przenoszącego sygnał telewizyjny jest to różnica przesunięć fazy małego napięcia sinusoidalnego wielkiej częstotliwości przy dwóch ustalonych poziomach sygnału małej częstotliwości, na które jest ono nałożone. Wartość fazy różnicowej na wyjściu czwórnika będzie wówczas wynosić:

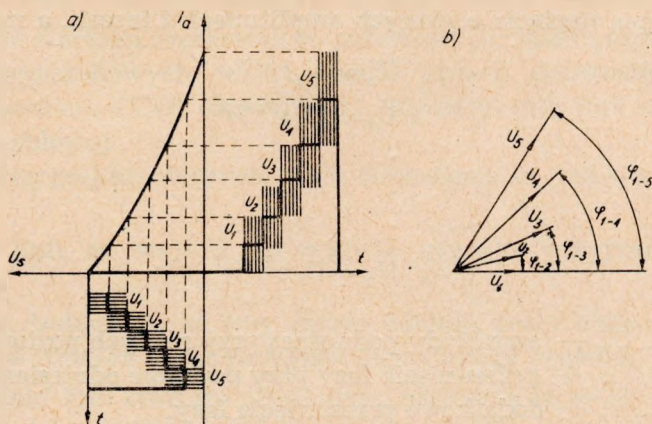
$$\varphi_r = \varphi(L_1) - \varphi(L_2) \quad (3)$$

gdzie:

$\varphi_r$  — faza różnicowa,

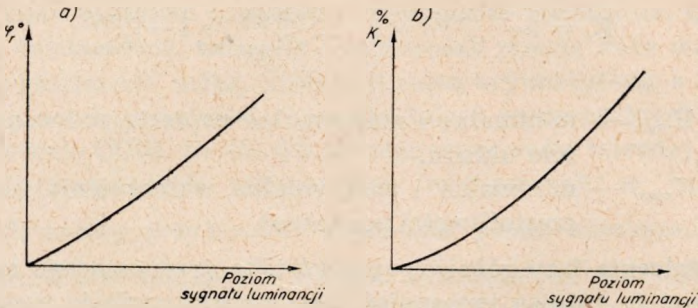
$\varphi(L_1)$  — przesunięcie fazy przy poziomie  $L_1$ ,

$\varphi(L_2)$  — przesunięcie fazy przy poziomie  $L_2$ .



Rys. 1. Sygnał na wejściu i wyjściu czwórnika o charakterystykach nieliniowych:  
a) przebieg sygnału, b) wykres wektorowy napięć podnośnej

Powstawanie tak określonych zniekształceń różnicowych rozpatrzmy na przykładzie nieliniowego czwórnika, do wejścia którego doprowadzono sygnał schodkowy o częstotliwości linii stanowiący sygnał luminancji, z nałożoną nań podnośną chrominancji o częstotliwości 4,43 MHz, o jednakowych amplitudach i fazach na każdym schodku. Ponieważ założyliśmy, że czwórnik jest nieliniowy, to na jego wyjściu sygnał będzie zniekształcony. Na rys. 1 pokazano kształt sygnału wejściowego i wyjściowego oraz wykres wektorowy napięć podnośnej na odpowiednich po-



Rys. 2. Zależność zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego od poziomu sygnału luminancji: a) faza różnicowa, b) wzmocnienie różnicowe

ziomach sygnału luminancji, a na rys. 2a i 2b zależności fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego od poziomu sygnału luminancji.

Jeśli napięcia podnośnej doprowadzone do wejścia czwórnika przedstawić jako:

$$\hat{U}_0 = U_0 e^{j0} \quad (4)$$

to na wyjściu czwórnika w zależności od rozpatrywanego poziomu sygnału wystąpią napięcia o różnych amplitudach i fazach, a mianowicie:

$$\begin{aligned} \hat{U}_1 &= U_1 e^{j(\alpha + \varphi_1)} \\ \hat{U}_2 &= U_2 e^{j(\alpha + \varphi_2)} \\ &\vdots \\ \hat{U}_n &= U_n e^{j(\alpha + \varphi_n)} \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie:

- $U_1, U_2 \dots U_n$  — amplitudy podnośnej przy różnych poziomach,
- $\alpha$  — przesunięcie fazy przy poziomie odniesienia,
- $\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_n$  — dodatkowe przesunięcia fazy.

Ze względu na to, że interesuje nas tylko różnica przesunięcia fazy występująca przy różnych poziomach sygnału luminancji w stosunku do



fazy sygnału przy poziomie czerni, można więc pominąć przesunięcie fazy  $\alpha$ , które nie zależy od rozpatrywanego poziomu sygnału. Faza różnicowa występująca przy poszczególnych poziomach sygnału luminancji względem fazy odniesienia przy poziomie czerni może być określona jako:

$$\begin{aligned}\varphi_{r1} &= \varphi_1 - \varphi_2 \\ \varphi_{r2} &= \varphi_1 - \varphi_3 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \varphi_{rn-1} &= \varphi_1 - \varphi_n\end{aligned}\tag{6}$$

Przyjmując  $U_{max}$  jako wartość odniesienia, można z kolei określić wzmacnienie różnicowe jako:

$$\begin{aligned}K_{r1} &= 1 - \frac{U_1}{U_{max}} = 1 - \frac{U \cdot K_1}{U \cdot K_{max}} = 1 - \frac{K_1}{K_{max}} \\ K_{r2} &= 1 - \frac{U_2}{U_{max}} = 1 - \frac{U \cdot K_2}{U \cdot K_{max}} = 1 - \frac{K_2}{K_{max}} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ K_{rn-1} &= 1 - \frac{U_n}{U_{max}} = 1 - \frac{U \cdot K_n}{U \cdot K_{max}} = 1 - \frac{K_n}{K_{max}}\end{aligned}\tag{7}$$

Wartości maksymalne obliczone z zależności (6) i (7) przyjmuje się zwykle jako wartości zniekształceń charakteryzujących dany czwórnik.

## 2.2. Sumowanie zniekształceń różnicowych występujących w dalekosiężnych liniach radiowych

Dopuszczalne wartości zniekształceń różnicowych, jakie mogą występować w międzynarodowych telewizyjnych liniach dalekosiężnych, są zgodnie z zaleceniem CCIR określone dla hipotetycznej linii odniesienia radiowej lub kablowej.

Cechy telewizyjnej hipotetycznej linii odniesienia są, jak wiadomo, następujące:

- 1) długość linii od wejścia do wyjścia sygnału wizyjnego wynosi 2500 km,
- 2) linia jest podzielona na trzy równe odcinki przez dwie stacje pośrednie, w których może zachodzić demodulacja sygnału,
- 3) trzy odcinki linii stroi się niezależnie, następnie łączy się je między sobą bez jakiegokolwiek dodatkowej regulacji lub wzajemnej korekcji,

- 4) linia nie zawiera przetworników standardów lub regeneratorów impulsów synchronizujących.

Do obliczania dopuszczalnych zniekształceń dla linii krótszych lub dłuższych niż 2500 km zostały zaproponowane zasady sumowania różnych rodzajów zniekształceń.

Jeśli mianowicie przez  $D_n$  oznaczyć dopuszczalną wartość zniekształcenia dla  $n$  odcinków linii, to ponieważ hipotetyczna linia odniesienia składa się z trzech odcinków, dopuszczalną więc wartość zniekształcenia dla tej linii oznaczymy przez  $D_3$ . Poszukiwaną wartość zniekształcenia można wówczas obliczyć za pomocą wyrażenia:

$$D_n = D_3 \left( \frac{n}{3} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (8)$$

gdzie wykładnik  $p$  określa prawo sumowania danego zniekształcenia. Na przykład dla  $p = 1$  sumowanie zachodzi algebraicznie, przy  $p = 2$  mamy sumowanie geometryczne, przy  $p = \frac{3}{2}$  sumowanie z wykładnikiem  $\frac{3}{2}$ .

W tabelicy poniżej podano wartości wyrażenia  $\left( \frac{n}{3} \right)^{\frac{1}{p}}$  dla różnej liczby odcinków  $n$ .

Wartości funkcji  $\left( \frac{n}{3} \right)^{\frac{1}{p}}$

| $n$ | $\left( \frac{n}{3} \right)^{\frac{1}{p}}$ |                   |         |
|-----|--|-------------------|---------|
|     | $p = 1$                                    | $p = \frac{3}{2}$ | $p = 2$ |
| 1   | 0,33                                       | 0,48              | 0,58    |
| 2   | 0,67                                       | 0,70              | 0,82    |
| 3   | 1,00                                       | 1,00              | 1,00    |
| 4   | 1,33                                       | 1,21              | 1,15    |
| 5   | 1,67                                       | 1,41              | 1,29    |
| 6   | 2,00                                       | 1,59              | 1,41    |
| 7   | 2,33                                       | 1,76              | 1,53    |
| 8   | 2,67                                       | 1,92              | 1,63    |
| 9   | 3,00                                       | 2,08              | 1,73    |

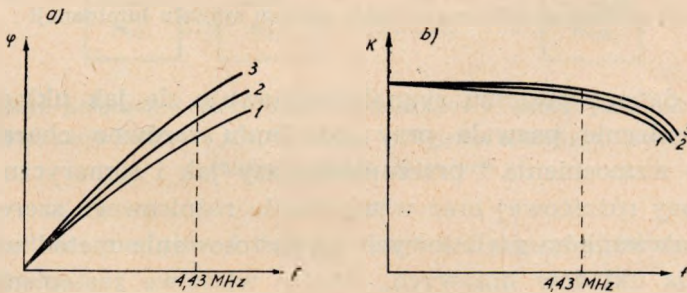
Należy nadmienić, że wzór (8) może być stosowany dla różnego rodzaju zniekształceń i odpowiednio dla danego typu zniekształceń przyjmuje się właściwą wartość współczynnika  $p$ . Dla zniekształceń różnicowych występujących przy częstotliwości podnośnej chrominancji przyjęto wartość  $p = \frac{3}{2}$ . Wartości zniekształceń obliczone za pomocą wzoru (8) mają jednak charakter przybliżony.

### 2.3. Związek między charakterystykami amplitudy i fazy układu przesyłowego a zniekształceniami różnicowymi

Układ przesyłowy określają charakterystyki amplitudy i fazy. Jeżeli te charakterystyki zależą od poziomu sygnału, to układ taki przedstawia nieliniową impedancję, której wartość zależy od poziomu sygnału luminancji.

Najprostszym przykładem takiego układu jest wzmacniacz wizyjny sterowany dużym sygnałem, gdzie podczas zmian poziomu sygnału luminancji (który określa dynamicznie punkt pracy) zmienia się impedancja wejściowa. Sygnał podnośnej przechodząc przez czwórnik podlega zniekształceniom odpowiadającym poziomowi sygnału luminancji, przy którym się znajduje, ponieważ moduł i argument współczynnika przenoszenia jest określony charakterystykami przenoszenia odpowiadającymi danemu poziomowi.

Na rysunku 3a przykładowo podano charakterystyki fazowe, a na rys. 3b charakterystyki amplitudowe w funkcji częstotliwości odpowiadające różnym poziomom sygnału, na które jest nałożona podnośna chrominancji. Jeżeli bowiem poziomowi czerni odpowiadają np. charaktery-

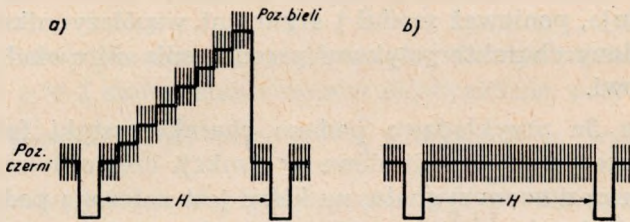


Rys. 3. Charakterystyki amplitudowe i fazowe czwórnik o charakterystyce nieliniowej w funkcji częstotliwości: a) charakterystyka fazowa, b) charakterystyka amplitudowa

styki oznaczone 1, poziomowi szaremu charakterystyka 2 i poziomowi bieli charakterystyka 3 — to występujące różnice wzmocnienia na częstotliwości podnośnej są zniekształceniem wzmocnienia różnicowego, a różnice fazy na tej częstotliwości zniekształceniem fazy różnicowej. Wartość tych zniekształceń zależy od kształtu charakterystyk amplitudowych i fazowych układu dla poszczególnych poziomów na częstotliwości podnośnej. Za pomocą takich charakterystyk przenoszenia można łatwo wyjaśnić zasadę sumowania zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego.

## 2.4. Określanie charakterystyk amplitudowych i fazowych szeregowo połączonych czwórników o charakterystykach nieliniowych

W urządzeniach telewizyjnych sygnał wizyjny może się zmieniać od poziomu odpowiadającego bieli do poziomowi czerni (rys. 4a), ale jeśli będziemy przesyłać podnośną chrominancji przez czwórnik o charakterystyce nieliniowej, jednak tylko przy jednym poziomie sygnału luminancji (rys. 4b), to w układzie nie wystąpią zmiany charakterystyki amplitudowej i fazowej i nie wystąpią zniekształcenia fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego. Z tego wynika, że czwórnik o charakterystyce niel-

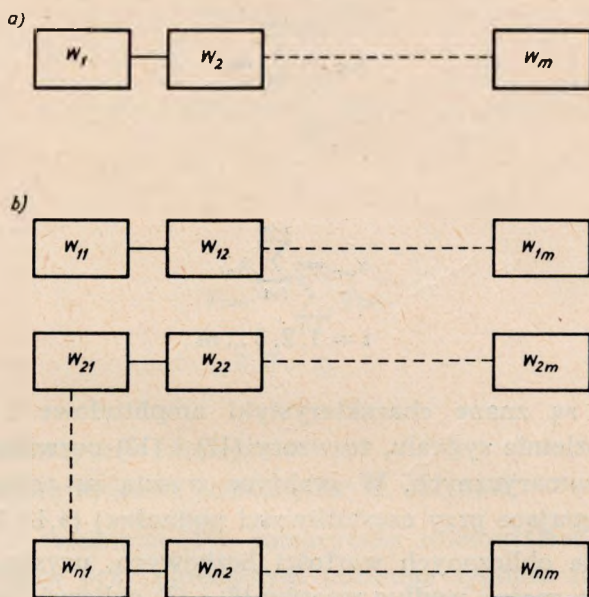


Rys. 4. Sygnał wizyjny: a) podnośna nałożona na różne poziomy sygnału luminancji, b) podnośna nałożona na stały poziom sygnału luminancji

niowej dla danego poziomu sygnału zachowuje się jak układ liniowy. Takie stwierdzenie pozwala przy określaniu zarówno charakterystyk całkowitego wzmocnienia i przesunięcia fazy jak i sumarycznych zniekształceń fazy różnicowej oraz wzmocnienia różnicowego szeregowo połączonych czwórników nieliniowych na zastosowanie metod używanych do obliczania układów liniowych. Jest to właściwe zastąpienie układu nieliniowego przez szereg układów zachowujących się jak układy liniowe dla określonych poziomów sygnału leżących w zakresie od bieli do czerni. Pozwala to więc na zastosowanie do obliczeń rachunku symbolicznego.

Rozpatrzmy więc łańcuch  $m$  czwórników o danych charakterystykach amplitudowych i fazowych przy określonych poziomach sygnału lub przy określonych zależnościach fazy i wzmocnienia różnicowego w funkcji poziomu. Łańcuch takich czwórników (podany na rys. 5a) możemy zastąpić  $n$  łańcuchami  $m$  czwórników, których charakterystyki amplitudowe i fazowe lub też charakterystyki fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego odpowiadają  $n$  poziomom sygnału luminancji (rys. 5b), przy czym danemu poziomowi sygnału luminancji będzie odpowiadać określona charakterystyka amplitudowa i fazowa (rys. 3). Znając wzmocnienie

i przesunięcie fazy każdego czwórnika przy określonym poziomie sygnału można łatwo obliczyć sumaryczne wartości wzmocnienia i przesunięcia fazowego całego łańcucha czwórników przy danym poziomie sygnału



Rys. 5. Układy połączeń czwórników: a) kaskadowy układ połączeń czwórników o charakterystykach nieliniowych, b) układ zastępczy złożony z czwórników o charakterystykach liniowych

mnożąc wartości modułów i dodając wartości argumentów (wzór 4) według zależności:

$$\hat{K}_w = \hat{K}_1 \hat{K}_2 \dots \hat{K}_m \quad (9)$$

$$K_w = K_1 K_2 \dots K_m \quad (10)$$

$$\alpha_w = \alpha_1 + \alpha_2 \dots + \alpha_n \quad (11)$$

W rozpatrywanym przypadku dla  $n$  łańcuchów po  $m$  czwórników można napisać następujące zależności dla sumarycznego wzmocnienia:

$$\begin{aligned} K_{w,1} &= K_{11} K_{12} \dots K_{1m} \\ K_{w,2} &= K_{21} K_{22} \dots K_{2m} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ K_{w,n} &= K_{n1} K_{n2} \dots K_{nm} \end{aligned} \quad (12)$$

i analogicznie dla sumarycznej fazy

$$\begin{aligned}\alpha_{w1} &= \sum_{i=1}^{i=m} \alpha_{1i} \\ \alpha_{w2} &= \sum_{i=1}^{i=m} \alpha_{2i} \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \alpha_{wn} &= \sum_{i=1}^{i=m} \alpha_{ni} \\ i &= 1, 2, 3 \dots m\end{aligned}\tag{13}$$

Jeżeli więc są znane charakterystyki amplitudowe i fazowe przy określonym poziomie sygnału, to wzory (12) i (13) pozwalają na obliczenie wartości sumarycznych. W praktyce zresztą są potrzebne jedynie wartości występujące przy częstotliwości podnośnej (4,43 MHz).

Na podstawie obliczonych wartości liczbowych, uzyskanych z zależności (12) i (13), można według wzorów (6) i (7) obliczyć charakterystykę zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego całego łańcucha czwórników.

## 2.5. Określanie sumarycznych zniekształceń fazy różnicowej łańcucha czwórników

Zniekształcenia fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego występują zwykle jednocześnie, jednakże w niektórych przypadkach mogą one również występować niezależnie. Zniekształcenia fazy różnicowej przyjęto określać względem fazy sygnału podnośnej występującej na poziomie czerni. Natomiast zniekształcenia wzmocnienia różnicowego przyjęto określać względem maksymalnej wartości sygnału podnośnej.

Określimy najpierw zniekształcenia fazy różnicowej łańcucha czwórników podanego na rys. 5, przy założeniu, że wzmocnienie różnicowe jest równe zero.

Dla obliczenia sumarycznych zniekształceń fazy różnicowej zastąpimy, analogicznie jak poprzednio, łańcuch czwórników podany na rys. 5a przez  $n$  łańcuchów czwórników podanych na rys. 5b.

W celu określenia sumarycznych zniekształceń, występujących na wyjściach  $n$  łańcuchów czwórników, obliczamy sumaryczne zniekształcenia każdego łańcucha według zależności:

$$\begin{aligned} \varphi_{rs1} &= \sum_{i=1}^{i=m} \varphi_{r1i} \\ \varphi_{rs2} &= \sum_{i=1}^{i=m} \varphi_{r2i} \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \varphi_{rsn} &= \sum_{i=1}^{i=m} \varphi_{rni} \\ &1, 2, 3 \dots m \end{aligned} \tag{14}$$

gdzie:

$\varphi_{rs}$  — sumaryczna faza różnicowa,

$\varphi_{ri}$  — faza różnicowa poszczególnych układów.

Jak wynika z zależności (14), sumaryczne zniekształcenia fazy różnicowej występujące przy określonym poziomie sygnału są równe algebraicznej sumie zniekształceń występujących w poszczególnych czwórnikach. Po obliczeniu sumarycznej charakterystyki fazy różnicowej na wyjściu łańcucha czwórników można również łatwo określić wartość maksymalną zniekształcenia ze wzoru (2).

## 2.6. Określanie wartości maksymalnej sumarycznych zniekształceń metodą obliczania ekstremum funkcji

Jeżeli charakterystyki zniekształceń fazy różnicowej lub wzmocnienia różnicowego są dane w postaci analitycznej, to można dokładnie obliczyć wartość maksymalną sumarycznych zniekształceń stosując metodę obliczania ekstremum funkcji.

Określmy więc np. sumaryczne zniekształcenia fazy różnicowej 3 czwórników połączonych szeregowo o charakterystykach podanych na rys. 6.

Mając dane funkcje zniekształceń różnicowych poszczególnych czwórników  $f_1(L)$   $f_2(L)$   $f_3(L)$ , można obliczyć funkcję wypadkową jako

$$f_w(L) = f_1(L) + f_2(L) + f_3(L) \tag{15}$$

Założmy również, że charakterystyki zniekształceń fazy różnicowej wyrażają się następującymi funkcjami:

$$f_1(L) = -\frac{L}{2} \quad (16)$$

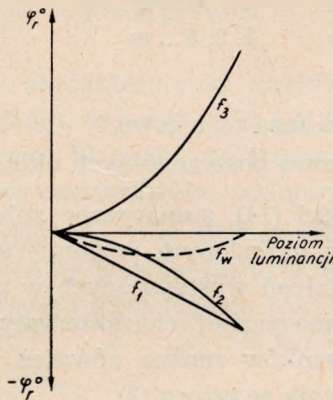
$$f_2(L) = -\frac{L^2}{2} \quad (17)$$

$$f_3(L) = +L^2 \quad (18)$$

Po podstawieniu zależności (16), (17) i (18) do równania (15) funkcja sumarycznych zniekształceń przyjmie postać

$$f_w(L) = -\frac{L^2}{2} + L^2 - \frac{L}{2} \quad (19)$$

Funkcję wypadkową można także znaleźć graficznie przez dodanie wartości wszystkich funkcji dla pewnych określonych wartości  $L$  (rys. 6).



Rys. 6. Dodawanie graficzne funkcji

W praktyce poszukiwaną wielkością jest zwykle wartość maksymalna zniekształceń. Można ją łatwo określić z wyrażenia (19) przez obliczenie ekstremum funkcji. Jeżeli ekstremum funkcji znajduje się poza rozpatrywanym zakresem zmian funkcji, wartość maksymalna funkcji (w danym przedziale) występuje na granicy przedziału, czyli maksymalne zniekształcenia występują wówczas przy poziomie bieli.

Różniczkując wyrażenie (19) otrzymamy

$$f'_w(L) = +L - \frac{1}{2} \quad (20)$$

które osiąga wartość zerową przy  $L = \frac{1}{2}$ . Druga pochodna jest równa  $f''(L) = +1$ . Można łatwo sprawdzić, że wartość funkcji obliczona analitycznie jest równa wartości uzyskiwanej graficznie przez bezpośrednie dodawanie funkcji na rys. 6.



Metoda obliczania sumarycznych zniekształceń za pomocą rachunku różniczkowego może być stosowana, jeżeli zależności fazy różnicowej można wyrazić analitycznie. Spotykane jednak w praktyce charakterystyki fazy różnicowej odbiegają na ogół od linii prostych lub krzywych drugiego stopnia. Dlatego też określanie sumarycznych zniekształceń metodą obliczania ekstremum funkcji wypadkowej może napotykać trudności.

### 2.7. Określanie sumarycznych zniekształceń wzmocnienia różnicowego

Zniekształcenia wzmocnienia różnicowego można w zasadzie określać podobnie, jak zniekształcenia fazy różnicowej. Różnica polega jedynie na tym, że trzeba określić stosunek współczynników przenoszenia przy poszczególnych poziomach sygnału luminancji. Będzie on określał wartości liczbowe różnicy wzmocnień przy tych poziomach sygnału luminancji. Przy przyjęciu takiej metody trzeba oczywiście przyjąć jeden z poziomów sygnału za poziom odniesienia (np. poziom bieli lub poziom czerni). Względem takiego poziomu będzie obliczane wzmocnienie różnicowe. Przy wyrażeniu go w mierze logarytmicznej, sumowanie zniekształceń jest proste i polega na sumowaniu wartości zniekształceń przy poszczególnych poziomach wyrażonych np. w dB.

Jednak ze względu na to, że zniekształcenia wzmocnienia różnicowego na częstotliwości 4,43 MHz określa się analogicznie jak zniekształcenia nieliniowe na częstotliwości 1,2 MHz, można więc stosować wzór (2), przyjmując jako poziom odniesienia poziom o maksymalnym wzmocnieniu. Zależności określające sumaryczne zniekształcenia zostaną wyprowadzone w oparciu o dotychczas stosowane wzory.

W celu obliczenia sumarycznych zniekształceń łańcucha szeregowo połączonych  $m$  czwórników, należy określić najpierw zniekształcenia każdego czwórnika względem poziomu o maksymalnym wzmocnieniu podnośnej, któremu odpowiada zniekształcenie wzmocnienia różnicowego równe zeru.

Zgodnie z zależnością (7) wyrażenia na wzmocnienia różnicowe  $m$  czwórników o  $n$  poziomach przyjmują postać:

Dla pierwszego czwórnika:

$$\begin{aligned}
 K_{r11} &= 1 - \frac{K_{11}}{K_{max}} \\
 K_{r21} &= 1 - \frac{K_{21}}{K_{max}} \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 K_{rn1} &= 1 - \frac{K_{n1}}{K_{max}}
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Dla drugiego czwórnika:

$$\begin{aligned}
 K_{r12} &= 1 - \frac{K_{12}}{K_{max}} \\
 K_{r22} &= 1 - \frac{K_{22}}{K_{max}} \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 K_{rn2} &= 1 - \frac{K_{n2}}{K_{max}}
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

Dla  $m$ -tego czwórnika:

$$\begin{aligned}
 K_{r1m} &= 1 - \frac{K_{1m}}{K_{max}} \\
 K_{r2m} &= 1 - \frac{K_{2m}}{K_{max}} \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 K_{rnm} &= 1 - \frac{K_{nm}}{K_{max}}
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

Sumaryczne zniekształcenia wzmocnienia różnicowego szeregowo połączonych czwórników można obliczyć ze wzoru (7), zastępując  $K_1$  iloczynem wzmocnień na poziomie 1 oraz  $K_{max}$  iloczynem wzmocnień na poziomie odniesienia.

Rozpatrzmy przypadek ogólny, gdy maksymalne wzmocnienie podnośnej w poszczególnych czwórnikach występuje przy różnych poziomach sygnału. Dla takiego przypadku wzór (7) przyjmuje postać:

$$\begin{aligned}
 K_{rs1} &= 1 - \frac{\prod_{i=1}^{i=m} K_{1i}}{\prod_{i=1}^{i=m} K_{pi}} \\
 K_{rs2} &= 1 - \frac{\prod_{i=1}^{i=m} K_{2i}}{\prod_{i=1}^{i=m} K_{pi}} \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 K_{rsn} &= 1 - \frac{\prod_{i=1}^{i=m} K_{ni}}{\prod_{i=1}^{i=m} K_{pi}}
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

Poziom  $p$  jest to poziom, przy którym wzmocnienie podnośnej na wyjściu układu czwórników jest maksymalne. Z zależności (21), (22), (23) i (24) otrzymamy więc:

$$\begin{aligned}
 K_{rs1} &= 1 - \frac{\prod_{i=1}^{i=m} (1 - K_{r1i})}{\prod_{i=1}^{i=m} (1 - K_{rpi})} \\
 K_{rs2} &= 1 - \frac{\prod_{i=1}^{i=m} (1 - K_{r2i})}{\prod_{i=1}^{i=m} (1 - K_{rpi})} \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 K_{rsn} &= 1 - \frac{\prod_{i=1}^{i=m} (1 - K_{rni})}{\prod_{i=1}^{i=m} (1 - K_{rpi})}
 \end{aligned} \tag{25}$$

Wzór (25) jest bardzo złożony i niewygodny w zastosowaniu do praktycznych obliczeń, szczególnie w przypadku dużej liczby czwórników. Zależność (25) można jednak przedstawić następująco:

$$\begin{aligned}
 K_{rs1} &= 1 - \frac{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{r1i} + \sum_{\substack{j \neq i \\ j=1}}^{i=m} K_{r1j} K_{r1i} - \sum_{\substack{j \neq l, j \neq q, q \neq l}}^{i=m} K_{r1j} K_{r1l} K_{r1q} + \dots + (-1)^m \prod_{i=1}^{i=m} K_{r1i}}{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{rpi} + \sum_{\substack{j \neq l \\ j=1}}^{i=m} K_{rpi} K_{rpl} - \sum_{\substack{j \neq l, i \neq q, q \neq l}}^{i=m} K_{rpi} K_{rpl} K_{rpq} + \dots + (-1)^m \prod_{i=1}^{i=m} K_{rpi}} \\
 K_{rs2} &= 1 - \frac{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{r2i} + \sum_{\substack{j \neq i \\ j=1}}^{i=m} K_{r2j} K_{r2i} - \sum_{\substack{j \neq l, j \neq q, q \neq l}}^{i=m} K_{r2j} K_{r2l} K_{r2q} + \dots + (-1)^m \prod_{i=1}^{i=m} K_{r2i}}{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{rpi} + \sum_{\substack{j \neq l \\ j=1}}^{i=m} K_{rpi} K_{rpl} - \sum_{\substack{j \neq l, j \neq q, q \neq l}}^{i=m} K_{rpi} K_{rpl} K_{rpq} + \dots + (-1)^m \prod_{i=1}^{i=m} K_{rpi}} \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 K_{rsn} &= 1 - \frac{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{rni} + \sum_{\substack{j \neq i \\ j=1}}^{i=m} K_{rnj} K_{rni} - \sum_{\substack{j \neq l, j \neq q, q \neq l}}^{i=m} K_{rnj} K_{rnl} K_{rnq} + \dots + (-1)^m \prod_{i=1}^{i=m} K_{rni}}{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{rpi} + \sum_{\substack{j \neq l \\ j=1}}^{i=m} K_{rpi} K_{rpl} - \sum_{\substack{j \neq l, j \neq q, q \neq l}}^{i=m} K_{rpi} K_{rpl} K_{rpq} + \dots + (-1)^m \prod_{i=1}^{i=m} K_{rpi}}
 \end{aligned} \tag{26}$$

Wynika z niego, że sumaryczne zniekształcenia zależą przede wszystkim od zniekształceń poszczególnych czwórników, a następnie od kombinacji ich iloczynów. W obliczeniach praktycznych wystarcza na ogół uwzględnić tylko dwa pierwsze człony wzoru (26), a dalsze można pominąć. W takim przypadku wzór (26) przyjmie postać następującą:

$$\begin{aligned}
 K_{rs1} &\approx 1 - \frac{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{r1i} + \sum_{j \neq 1}^{i=m} K_{r1j} K_{r1l}}{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{rpi} + \sum_{j \neq 1}^{i=m} K_{rpj} K_{rpl}} \\
 K_{rs2} &\approx 1 - \frac{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{r2i} + \sum_{j \neq 1}^{i=m} K_{r2j} K_{r2l}}{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{rpi} + \sum_{j \neq 1}^{i=m} K_{rpj} K_{rpl}} \\
 &\vdots \\
 K_{rsn} &\approx 1 - \frac{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{rni} + \sum_{j \neq 1}^{i=m} K_{rnj} K_{rnl}}{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{rpi} + \sum_{j \neq 1}^{i=m} K_{rpj} K_{rpl}}
 \end{aligned} \tag{27}$$

W przypadku gdy mamy do czynienia z małą liczbą czwórników o małych zniekształceniach, można uwzględnić tylko pierwszy wyraz sumy. Wówczas wzór (26) przyjmie postać:

$$\begin{aligned}
 K_{rs1} &\approx 1 - \frac{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{r1i}}{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{rpi}} \\
 K_{rs2} &\approx 1 - \frac{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{r2i}}{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{rpi}} \\
 &\vdots \\
 K_{rsn} &\approx 1 - \frac{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{rni}}{1 - \sum_{i=1}^{i=m} K_{rpi}}
 \end{aligned} \tag{28}$$

Z wyrażenia (28) wynika, że sumaryczne zniekształcenia zależą od wzajemnego stosunku zniekształceń występujących przy poszczególnych po-

ziomach sygnału; oznacza to, że w przypadku gdy minimalne zniekształcenia występują przy różnych poziomach sygnału, to wówczas zniekształcenia sumaryczne odpowiednio się zmniejszają.

Jeżeli minimalne zniekształcenia w poszczególnych układach łańcucha czwórników występują przy tym samym poziomie sygnału, to wówczas wzór (25) można zapisać następująco:

$$\begin{aligned}
 K_{rs1} &= 1 - \prod_{i=1}^{i=m} (1 - K_{r1i}) \\
 K_{rs2} &= 1 - \prod_{i=1}^{i=m} (1 - K_{r2i}) \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 K_{rsn} &= 1 - \prod_{i=1}^{i=m} (1 - K_{rni})
 \end{aligned} \tag{29}$$

a wzór (26) przyjmie postać:

$$\begin{aligned}
 K_{rs1} &= \sum_{i=1}^{i=m} K_{r1i} - \sum_{j \neq l}^{i=m} K_{r1j} K_{r1l} + \sum_{j \neq l, j \neq q, q \neq l}^{i=m} K_{r1j} K_{r1l} K_{r1q} + \dots + (-1)^m \prod_{i=1}^{i=m} K_{r1i} \\
 K_{rs2} &= \sum_{i=1}^{i=m} K_{r2i} - \sum_{j \neq l}^{i=m} K_{r2j} K_{r2l} + \sum_{j \neq l, j \neq q, q \neq l}^{i=m} K_{r2j} K_{r2l} K_{r2q} + \dots + (-1)^m \prod_{i=1}^{i=m} K_{r2i} \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 K_{rsn} &= \sum_{i=1}^{i=m} K_{rni} - \sum_{j \neq l}^{i=m} K_{rnj} K_{rnl} + \sum_{j \neq l, j \neq q, q \neq l}^{i=m} K_{rnj} K_{rnl} K_{rnq} + \dots + (-1)^m \prod_{i=1}^{i=m} K_{rni}
 \end{aligned} \tag{30}$$

Natomiast wzór (27) można zapisać następująco:

$$K_{rs1} \approx \sum_{i=1}^{i=m} K_{r1i} - \sum_{j \neq l}^{i=m} K_{r1j} K_{r1l} \tag{31}$$

$$\begin{aligned}
 K_{rs2} &\approx \sum_{i=1}^{i=m} K_{r2i} - \sum_{j \neq i}^{i=m} K_{r2j} K_{r2i} \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 K_{rsn} &\approx \sum_{i=1}^{i=m} K_{rni} - \sum_{j \neq i}^{i=m} K_{rnj} K_{rni}
 \end{aligned} \tag{31}$$

Dla niedużej liczby czwórników i dla małych zniekształceń wzór (30) można uprościć do postaci:

$$\begin{aligned}
 K_{rs1} &\approx \sum_{i=1}^{i=m} K_{r1i} \\
 K_{rs2} &\approx \sum_{i=1}^{i=m} K_{r2i} \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 K_{rsn} &\approx \sum_{i=1}^{i=m} K_{rni}
 \end{aligned} \tag{32}$$

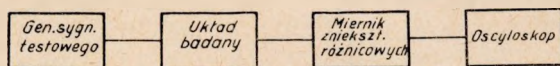
Uproszczony wzór (32) pozwala na szybką i bezpośrednią ocenę sumarycznych zniekształceń. Wzór (32) można także wykorzystywać do obliczania sumarycznych zniekształceń w przypadku, gdy minimalne zniekształcenia występują przy różnych poziomach sygnału.

Obliczając według tego wzoru sumaryczne zniekształcenia występujące przy poszczególnych poziomach sygnału, otrzymamy pewną wartość zniekształcenia przy każdym poziomie. Ponieważ zniekształcenia wzmocnienia różnicowego określa się względem poziomu o maksymalnym wzmocnieniu, to znaczy, że zawsze musi istnieć poziom sygnału, przy którym zniekształcenia są równe zero. W celu więc uzyskania rzeczywistych wartości zniekształceń występujących przy poszczególnych poziomach sygnału, należy najmniejszą wartość zniekształceń obliczoną ze wzoru (32) odjąć od wartości obliczonych przy poszczególnych poziomach. Ta stała wartość zniekształcenia odjęta od wartości obliczonych według wzoru (32) nie zależy od poziomu sygnału, a więc nie jest ona wzmocnieniem różnicowym, a jedynie reprezentuje zmianę poziomu odniesienia.

Z powyższych rozważań wynika, że zniekształcenia wzmocnienia różnicowego, podobnie jak i fazy różnicowej, sumuje się przy określonych poziomach sygnału.

### 3. WYNIKI POMIARÓW

W celu sprawdzenia podanych praw sumowania przeprowadzono szereg pomiarów różnych urządzeń telewizyjnych, w których powstają zniekształcenia fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego. Schemat blokowy układu pomiarowego podano na rys. 7. Jako sygnał testowy wykorzysty-

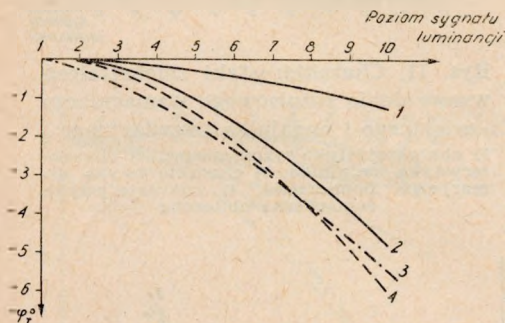


Rys. 7. Schemat blokowy układu pomiarowego

wano sygnał schodkowy z nałożoną podnośną sygnału chrominancji. Pomiarzy zniekształceń były przy tym dokonywane za pomocą jednego układu pomiarowego.

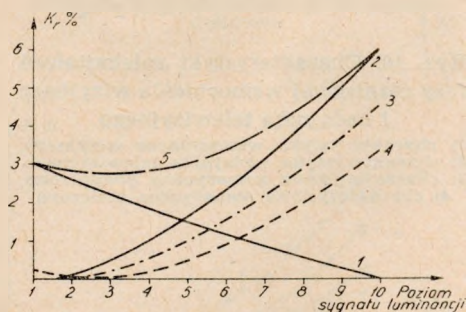
Wyniki pomiarów sumarycznych zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego podano na rys. 8÷17.

Na rysunku 8 podano charakterystyki zniekształceń fazy różnicowej, a na rys. 9 charakterystyki zniekształceń wzmocnienia różnicowego dwóch wzmacniaczy wizyjnych. Krzywą 4 na rys. 9 uzyskuje się po prze-



Rys. 8. Charakterystyki zniekształceń fazy różnicowej wzmacniaczy wizyjnych

- 1) charakterystyka pierwszego wzmacniacza,
- 2) charakterystyka drugiego wzmacniacza,
- 3) charakterystyka sumaryczna pomierzona,
- 4) charakterystyka sumaryczna obliczona



Rys. 9. Charakterystyki zniekształceń wzmocnienia różnicowego wzmacniaczy wizyjnych

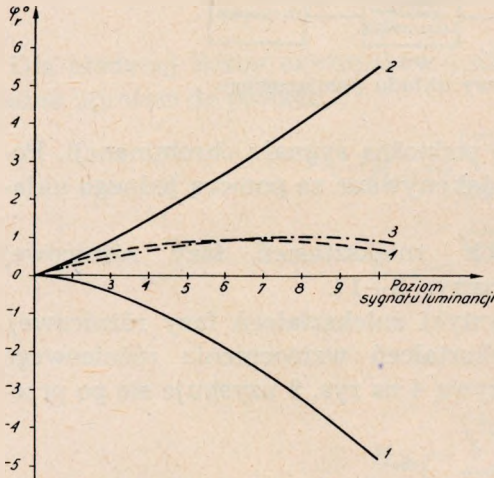
- 1) charakterystyka pierwszego wzmacniacza,
- 2) charakterystyka drugiego wzmacniacza,
- 3) charakterystyka sumaryczna pomierzona,
- 4) charakterystyka sumaryczna obliczona,
- 5) charakterystyka wypadkowa bez uwzględnienia wzajemnej kompensacji zniekształceń szeregowo połączonych układów

sunięciu krzywej 5 wzdłuż osi  $K_r$ , zaś krzywą 5 uzyskuje się jako wynik sumowania charakterystyk 1 i 2.

Charakterystyki zniekształceń fazy różnicowej wzmacniacza wizyjnego i nadajnika telewizyjnego podano na rys. 10, a charakterystyki zniekształceń wzmocnienia różnicowego na rys. 11.

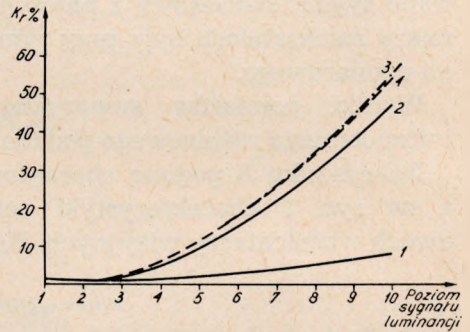
Analogicznie na rys. 12 przedstawiono charakterystyki fazy różnicowej jednego odcinka linii radiowej i nadajnika telewizyjnego, a na rys. 13 ich charakterystyki zniekształceń wzmocnienia różnicowego.

Na rysunku 14 podano podobne charakterystyki zniekształceń fazy różnicowej, a na rys. 15 wzmocnienia różnicowego jednego odcinka linii radiowej oraz wzmacniacza wizyjnego. Krzywą 4 na rys. 15 określono tu analogicznie jak krzywą na rys. 9.



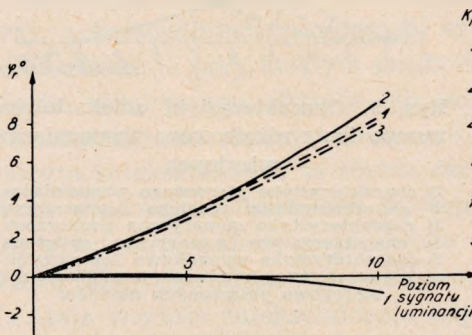
Rys. 10. Charakterystyki zniekształceń fazy różnicowej wzmocnienia wizyjnego i nadajnika telewizyjnego

- 1) charakterystyka wzmacniacza wizyjnego,
- 2) charakterystyka nadajnika telewizyjnego,
- 3) charakterystyka sumaryczna pomierzona,
- 4) charakterystyka sumaryczna obliczona



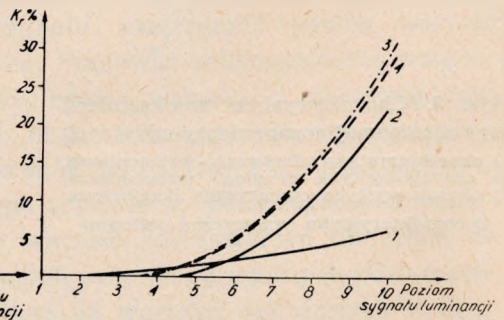
Rys. 11. Charakterystyki zniekształceń wzmocnienia różnicowego wzmacniacza wizyjnego i nadajnika telewizyjnego

- 1) charakterystyka wzmacniacza,
- 2) charakterystyka nadajnika,
- 3) charakterystyka sumaryczna pomierzona,
- 4) charakterystyka sumaryczna obliczona



Rys. 12. Charakterystyki fazy różnicowej odcinka linii radiowej i nadajnika telewizyjnego

- 1) charakterystyka linii radiowej,
- 2) charakterystyka nadajnika,
- 3) charakterystyka sumaryczna pomierzona,
- 4) charakterystyka sumaryczna obliczona

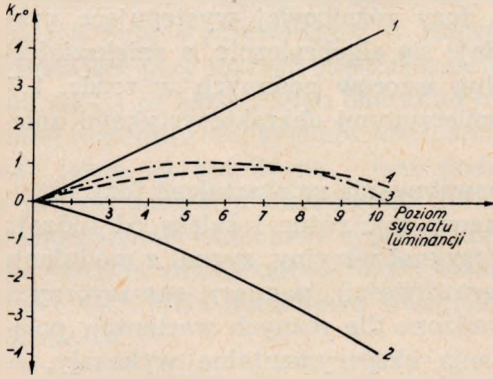


Rys. 13. Charakterystyki zniekształceń wzmocnienia różnicowego odcinka linii radiowej nadajnika telewizyjnego

- 1) charakterystyka odcinka linii radiowej,
- 2) charakterystyka nadajnika telewizyjnego,
- 3) charakterystyka sumaryczna pomierzona,
- 4) charakterystyka sumaryczna obliczona

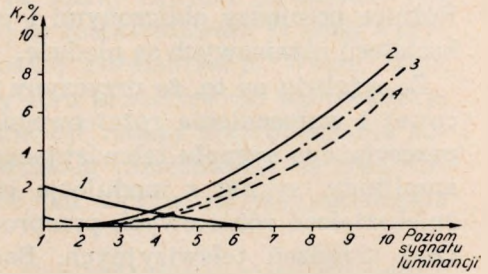


Krzywe na rys. 16 przedstawiają zniekształcenia fazy różnicowej sześciu wzmacniaczy wizyjnych, natomiast charakterystyki zniekształceń wzmocnienia różnicowego tych wzmacniaczy podano na rys. 17.



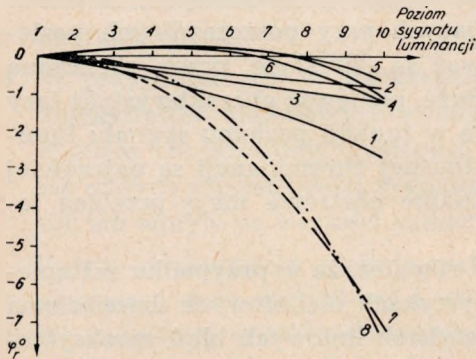
Rys. 14. Charakterystyki zniekształceń fazy różnicowej odcinka linii radiowej i wzmacniacza wizyjnego

1) charakterystyka odcinka linii radiowej, 2) charakterystyka wzmacniacza wizyjnego, 3) charakterystyka sumaryczna pomierzona, 4) charakterystyka sumaryczna obliczona



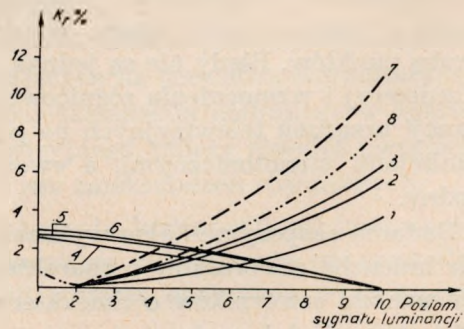
Rys. 15. Charakterystyki zniekształceń wzmocnienia różnicowego odcinka linii radiowej i wzmacniacza wizyjnego

1) charakterystyka odcinka linii radiowej, 2) charakterystyka wzmacniacza wizyjnego, 3) charakterystyka sumaryczna pomierzona, 4) charakterystyka sumaryczna obliczona



Rys. 16. Charakterystyki zniekształceń fazy różnicowej sześciu wzmacniaczy wizyjnych

1-6) charakterystyki zniekształceń poszczególnych wzmacniaczy, 7) charakterystyka sumaryczna pomierzona, 8) charakterystyka sumaryczna obliczona



Rys. 17. Charakterystyki zniekształceń wzmocnienia różnicowego sześciu wzmacniaczy wizyjnych

1-6) charakterystyki zniekształceń poszczególnych wzmacniaczy, 7) charakterystyka sumaryczna pomierzona, 8) charakterystyka sumaryczna obliczona

#### 4. ZAKOŃCZENIE

Przeprowadzone badania eksperymentalne, których wyniki podano na rys. 8÷17, potwierdzają przeprowadzone wyżej rozważania teoretyczne. Wynika z nich, że zniekształcenia fazy różnicowej występujące przy określonych poziomach sygnału dodaje się algebraicznie, a zniekształcenia wzmocnienia różnicowego według wzorów podanych w rozdz. 2.7. Różnice pomiędzy obliczonymi i pomierzonymi charakterystykami zniekształceń różnicowych są nieduże.

Ze względu na to, że przyczyny powstawania zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego mogą być różne i zależą od rodzaju przesyłanego sygnału telewizyjnego (sygnał wizyjny, sygnał z modulacją amplitudy, sygnał z modulacją częstotliwości), pomiary sumarycznych zniekształceń różnicowych przeprowadzono dla różnych wariantów połączeń urządzeń telewizyjnych. Badania eksperymentalne wykazały, że zniekształcenia fazy różnicowej występujące przy określonych poziomach sygnału we wszystkich przypadkach dodają się algebraicznie, niezależnie od tego czy powstały w sygnale wizyjnym, czy w sygnale z modulacją amplitudową lub częstotliwościową.

Podana wyżej metoda pozwala na dosyć dokładne obliczanie sumarycznych zniekształceń różnicowych. Dokładność obliczania jest określona dokładnością pomiaru zniekształceń poszczególnych czwórników. Natomiast charakterystyki sumaryczne zniekształceń różnicowych, obliczane na podstawie zniekształceń występujących przy poszczególnych poziomach sygnału są przybliżone, ponieważ są określone przez skończoną liczbę punktów. Błędy nie są jednak duże, ponieważ charakterystyki fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego w funkcji poziomu sygnału luminancji urządzeń telewizyjnych na podnośnej chrominancji są najczęściej funkcjami monotonicznymi, a ewentualne ekstrema mają przebieg łagodny.

Badania eksperymentalne wykazały również, że w przypadku zastąpienia łańcucha czwórników o charakterystykach nieliniowych dziesięcioma łańcuchami czwórników o charakterystykach liniowych błąd aproksymacji jest pomijalnie mały.

Maksymalną wartość zniekształceń sumarycznych można wyznaczyć znajdując ekstremum charakterystyki zniekształceń sumarycznych. W tym przypadku dokładność obliczenia zależy jedynie od dokładności analitycznego opisu charakterystyki zniekształceń różnicowych poszczególnych czwórników.

Małe rozbieżności pomiędzy pomierzonymi a obliczonymi (rys. 8÷17) sumarycznymi charakterystykami fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego są wynikiem dokonywania pomiarów zniekształceń sumarycznych

bezpośrednio po dokonaniu pomiarów zniekształceń poszczególnych urządzeń. W takim przypadku urządzenia w obu przypadkach pracowały w identycznych warunkach.

Podane wyżej wzory do obliczania sumarycznych zniekształceń różnicowych były wyprowadzone w założeniu, że zniekształcenia nieliniowe powstające przy małych częstotliwościach są równe zeru. Ze względu jednak na to, że kształt tych charakterystyk zależy również od składowych małej częstotliwości sygnału luminancji, to zniekształcenia te będą wpływać także na amplitudę i fazę podnośnej chrominancji. Wobec tego, w przypadkach gdy poszczególne układy toru przesyłowego wprowadzają zniekształcenia nieliniowe sygnału luminancji, należy przy obliczaniu sumarycznych zniekształceń fazy i wzmocnienia różnicowego na częstotliwości 4,43 MHz dodatkowo uwzględnić ich wpływ na zniekształcenia różnicowe.

Z przeprowadzonych wyżej rozważań wynikają następujące wnioski:

1. Zniekształcenia fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego dodaje się według tych samych praw niezależnie od rodzaju przesyłanego sygnału (sygnał wizyjny, sygnał z modulacją amplitudową lub modulacją częstotliwościową).
2. Urządzenia telewizyjne wykorzystywane do przesyłania sygnałów telewizji kolorowej należy określać nie tylko za pomocą maksymalnych wartości zniekształceń różnicowych, lecz również podawać przebieg charakterystyk.
3. W przypadku gdy w poszczególnych układach przesyłowych oprócz zniekształceń nieliniowych występujących na częstotliwości podnośnej sygnału chrominancji występują zniekształcenia nieliniowe w zakresie małych częstotliwości sygnału wizyjnego, należy również uwzględnić ich wpływ na wartości sumaryczne zniekształceń różnicowych.

Wpływ zniekształceń nieliniowych sygnału luminancji na sumowanie zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego na częstotliwości podnośnej sygnału chrominancji zostanie omówiony w następnej publikacji.

#### WYKAZ LITERATURY

1. *Gluyas T. M.*: Television Transmitter Considerations in Color Broadcasting. RCA Review 1954, t. XV, nr 3.
2. *Piening J.*: Über Entstehung und Messung pegellabhängiger Phasen und Amplitudenänderungen bei Hilfsträgerübertragung im Farbfernsehen. NTZ 1958, nr 2.

3. Schönfelder H.: Verzerungen durch System und Übertragungsfehler beim Farbfernsehen nach dem NTSC-Verfahren. Rundfunktechnische Mitteilungen 1960, t. IV, nr 4.
4. Kowrygin W. N., Pogoriełow N. I.: Difierencjalno-fazowyje iskażenia w wideosilnikach. Tiekhnika Kino i Tielewidienija 1964, nr 5.
5. Filkow Em. B.: Wrhu izmierwaneto na diferencjalnite fazowi izkriwjawanija w CT sistema s kwadratura modulacja na cwiutowata nosieszca. Sbornik ot Nauczni Trudowe na Naucznoizsledowatelskija Institut po Sobszczenijata. Drżawno Izdatelstwo „Technika”. Sofia, 1964.
6. Podemski A.: Zniekształcenia fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego w urządzeniach telewizyjnych. Przegląd Telekomunikacyjny 1966, nr 11.
7. Müller J.: Eignung der verschiedenen Übertragungssysteme für das Farbfernsehen. NTZ, 1965, nr 4.
8. Report of the EBU Ad-hoc Group on Colour Television. Second edition — February 1965.
9. Hansen G.: The European Broadcasting Union — Results of Tests on Color Television Systems. IEE Transactions on Broadcast and Television Receivers. May 1966.
10. Dokument Końcowy z XI Plenarnego Posiedzenia CCIR, Oslo 1966. Doc. CMTT/1007-E 19 July 1966.
11. Kriwoszejew M. I.: Osnovy telewizyjnych izmierenij. Moskwa 1964.
12. Schulz H. G.: Der nichtlineare Komplexe Vierpol. Nachrichtentechnik 1967, nr 8.
13. Documents CMTT nr 7/E. Period 1960—1962. „Requirements or the transmission of monochrome television signals. Cumulative distortion in multi-link connections”.
14. Documents CMTT nr 8/E. Period 1960—1962. „Transmission of monochrome and colour television signal over long distances. Transmission characteristics of the video sections of a hypothetical reference circuit of monochrome television”.
15. Mellwain K., Dean Ch. E.: Principles of Color Television. New York 1956.

A. Подэмски

### СУММИРОВАНИЕ ИСКАЖЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ФАЗЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УСИЛЕНИЯ

#### Резюме

Рассмотрен вопрос суммирования искажений дифференциальной фазы и дифференциального усиления в телевизионных устройствах. Приведен метод определения суммарных искажений на выходе последовательно соединенных четырехполюсников, основанный на принципе сложения искажений, выступающих в отдельных четырехполюсниках на определенных уровнях сигнала изображения. Выведены соответствующие формулы, приведены также результаты экспериментальных испытаний.

A. Podemski

## SUMMATION OF DIFFERENTIAL PHASES AND DIFFERENTIAL GAINS

### Summary

The problem of summation of differential phases and differential gains in television devices has been discussed. The method of defining the total distortion on the output of some four terminal networks connected in series, based on the addition principle of distortions, occurring in the individual networks by determined video signal levels. Suitable formulae have been derived. The results of the experimental researches also have been presented.

A. Podemski

## ADDITION DES PHASES DIFFÉRENTIELLES ET DES GAINS DIFFÉRENTIELS

### Résumé

On a étudié la question de l'addition des phases différentielles et des gains différentiels dans les dispositifs de télévision. On a présenté la méthode de l'addition des distorsions à la sortie de quelques quadripôles rangés en série, basée sur la principe de l'addition des distorsions existant dans les quadripôles particuliers ayant les niveaux de vidéo-signal déterminés. On a déduit des formules et on a présenté les résultats des recherches expérimentales.

A. Podemski

## SUMMIERUNG DER DIFFERENZPHASEN- UND DIFFERENZVERSTÄRKUNGS- VERZERRUNGEN

### Zusammenfassung

Das Problem der Summierung der differentielle-Phase und differentielle Verstärkung Verzerrungen in den Fernsehleinrichtungen wird geprüft. Eine Methode zur Bestimmung der Summenverzerrungen am Ausgang der in Reihe geschalteten Vierpole wird gegeben, die auf der Summierung der in den einzelnen Vierpolen auftretenden Verzerrungen bei den bestimmten Pegeln des Bildsignals gegründet wird. Man hat entsprechende Formeln abgeleitet. Es werden auch die Ergebnisse der Experimentaluntersuchungen angegeben.

SŁAWOJ WALASZEK

621.317:621.395.34

## SZACOWANIE LICZBY POŁĄCZEŃ PRÓBNYCH PRZY BADANIU UKŁADÓW KOMUTACYJNYCH

Rękopis dostarczono do Komitetu Redakcyjnego dnia 31. X. 1968 r.

Układy komutacyjne składają się z zespołów, które można badać wykonując tak zwane połączenia próbne. Każde połączenie próbne stanowi pewien test, a przedmiotem testu jest jeden z zespołów układu wybrany w sposób przypadkowy (losowy). Aby zbadać jeden określony zespół lub wszystkie zespoły układu z określonym prawdopodobieństwem, należy wykonać potrzebną ilość połączeń próbnych. W pracy tej wyprowadzono wzory dokładne i przybliżone, pozwalające obliczyć liczbę połączeń próbnych potrzebną do zbadania jednego określonego lub wszystkich zespołów układu. Podano również kilka tablic zawierających dane obliczone na podstawie wyprowadzonych wzorów

### 1. WPROWADZENIE

Do badania układów komutacyjnych, a w szczególności automatycznych central telefonicznych, stosuje się tak zwane połączenia próbne, to znaczy połączenia przeznaczone wyłącznie do badania układu [1], [2]. Połączenia te mogą być wykonywane ręcznie lub automatycznie za pomocą odpowiednich urządzeń (np. stosowanych ostatnio coraz szerzej próbników dróg połączeniowych), [3], [4]. Każde połączenie próbne stanowi test, w którym zostaną zbadane pewne zespoły układu komutacyjnego wybrane w sposób przypadkowy (losowy). Aby z zadaniem prawdopodobieństwem zbadać jeden określony zespół lub wszystkie zespoły rozważanego układu komutacyjnego, np. stanowiącego część centrali telefonicznej, należy wykonać określoną liczbę połączeń próbnych.

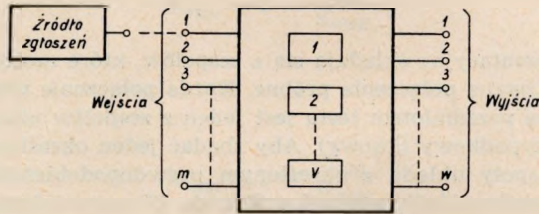
W pracy tej zostaną wyprowadzone i szczegółowo przeanalizowane wzory, pozwalające obliczać liczbę połączeń próbnych potrzebnych do zbadania jednego określonego lub wszystkich zespołów układu.

W literaturze brak opracowań na ten temat i jedynie w pracy [5] napotkano budzące zastrzeżenia uwagi dotyczące zastosowań wzoru na prawdopodobieństwo zbadania jednego określonego zespołu; wzór ten jest oznaczony dalej symbolem (5).

## 2. UKŁADY KOMUTACYJNE

Podamy najpierw określenie układu komutacyjnego, dla którego wzory dalej wprowadzone mają bezpośrednie zastosowanie.

Szeroko stosowane w telekomutacji, a w mniejszym zakresie również w innych dziedzinach techniki, układy komutacyjne umożliwiają wykonanie bezpośredniego połączenia każdego z  $m$  wejść w każdym z  $w$  wyjść (rys. 1). Liczba możliwych równocześnie połączeń zależy od struktury



Rys. 1. Układ komutacyjny

układu i wyposażenia w odpowiednie zespoły komutacyjne. Zespołem układu komutacyjnego będziemy nazywać taką samodzielną część urządzenia, która w przypadku uszkodzenia jest wymieniana w całości. Zespół komutacyjny jest urządzeniem złożonym, który można podzielić na niepodzielne elementy proste.

Układ komutacyjny składa się z pewnej liczby  $v$  zespołów komutacyjnych, które służą do łączenia wejść układu komutacyjnego z jego wyjściami. Które wejście z którym wyjściem zostaje połączone, zależy w zasadzie od informacji otrzymanej z zewnątrz (sterowanie zespołu np. przez źródło zgłoszeń; rys. 1), ale mogą być również użyte inne zasady wyboru (np. może być zastosowane swobodne wybieranie jednego wyjścia z grupy wolnych wyjść).

Jak wspomniano wyżej, jeżeli układ komutacyjny połączył jedno wejście z jednym wyjściem, to mówimy, że zostało zrealizowane połączenie.

Będziemy rozróżniać następujące rodzaje połączeń:

połączenia użyteczne, tj. połączenia, których realizacja służy do załatwienia (obsłużenia) zgłoszenia;

połączenia próbne lub badaniowe, tj. połączenia, które są przeznaczone wyłącznie do badania układu.

Połączenia próbne stanowią analogię do przypadku, gdy kontrola jakości produkcji przemysłowej polega na badaniu towarów wyprodukowanych wyłącznie do badania, np. gdy towar w czasie badania ulega zniszczeniu.

Ponieważ połączenia próbne służą wyłącznie do badania, ich liczba musi być ograniczona do pewnej dozwolonej liczby w porównaniu z liczbą realizowanych połączeń użytecznych. Wszystkie zespoły należące do badanego układu komutacyjnego mogą wykonywać te same czynności, wobec tego wybór jednego zespołu do wykonania przewidzianej czynności z pomiędzy wolnych zespołów w danej chwili jest przypadkowy (losowy). Aby więc uzyskać określone prawdopodobieństwo zbadania jednego wybranego zespołu lub wszystkich zespołów, należy wykonać odpowiednią liczbę połączeń (testów) w badanym układzie komutacyjnym. Będziemy zakładać, że w czasie realizowania połączeń próbnych prawdopodobieństwo wzięcia do pracy każdego zespołu układu jest jednakowe.

Układ komutacyjny opisany powyżej jest uproszczony w porównaniu z układami stosowanymi praktycznie, ale dobrze oddaje zasadnicze zależności występujące w rzeczywistych układach. Wzory wyprowadzone dalej dla określonego wyżej układu komutacyjnego są słuszne dla układów stosowanych praktycznie, pod warunkiem spełnienia podanych poniżej założeń.

### 3. PRÓBKA ZŁOŻONA Z $n$ POŁĄCZEŃ PRÓBNYCH

Wprowadzamy następujące założenia, które będą obowiązywać w całej pracy:

- prawdopodobieństwo wzięcia do pracy każdego zespołu układu w każdym połączeniu próbnym jest jednakowe;
- kolejne połączenia próbne są zdarzeniami niezależnymi.

W każdym połączeniu próbnym zajmowany jest jeden zespół. W  $n$  kolejnych połączeniach będzie zajęte  $n$  zespołów, z tym że zespoły mogą się powtarzać, bo mamy tutaj przypadek losowania ze zwracaniem. W układzie badanym mamy  $v$  zespołów i zwykle zachodzi warunek  $n > v$ .

Ciąg  $n$  zespołów zajętych w  $n$  kolejnych połączeniach próbnych będziemy nazywać próbką. Jeżeli zostanie wykonane szereg grup połączeń po  $n$  połączeń, to otrzymamy szereg próbek różnych lub niektóre mogą się powtarzać.

Na przykład, jeżeli  $n$  pozycji próbki ponumerujemy od 1 do  $n$  (górny wiersz), to w kolejnych połączeniach zostaną wzięte do pracy zespoły o numerach podanych w dolnym wierszu:

|  |   |   |   |   |   |   |       |     |
|--|---|---|---|---|---|---|-------|-----|
| Pozycja próbki (numer połączenia próbnego) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ..... | $n$ |
| Numer zbadanego zespołu                    | 6 | 3 | 8 | 8 | 2 | 5 | ..... | 4   |



Jest to jedna z wielu możliwych próbek. Liczba możliwych próbek zależy od wielkości  $v$  i  $n$ ; jest to liczba wszystkich rozwiązań równania:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_v = n \quad (1)$$

gdzie  $x_i$  może przyjmować wartości od 0 do  $n$  dla wszystkich wartości  $1 < i < v$ . W równaniu tym  $x_i$  oznacza liczbę podającą, ile razy w rozważanej próbce wystąpił zespół o numerze 1,  $x_2$  podaje, ile razy wystąpił w próbce zespół o numerze dwa itd. aż do wielkości  $x_v$  podającej, ile razy wystąpił zespół o numerze  $v$ . Oczywiście, suma tak określonych liczb musi być równa  $n$ , bo zostało wykonane  $n$  połączeń próbnych, w których zbadano  $n$  zespołów. Jeżeli jedna z wartości  $x$  w równaniu (1) jest równa  $n$ , to pozostałe muszą być równe zeru.

**Przykład 1:**

Mamy układ złożony z dwóch zespołów ( $v = 2$ ), które dla wygody oznaczymy literami  $a$  i  $b$ ; wykonując trzy połączenia próbne ( $n = 3$ ) możemy otrzymać jedną z następujących próbek:

- |            |            |
|------------|------------|
| 1) $a a a$ | 5) $b b b$ |
| 2) $a b a$ | 6) $b b a$ |
| 3) $a a b$ | 7) $a b b$ |
| 4) $b a a$ | 8) $b b b$ |

Dla każdej próbki jest spełnione równanie (1), które tutaj ma postać:

$$x_1 + x_2 = n$$

i dla kolejnych próbek  $x_1$  i  $x_2$  przyjmują wartości:

$$3 + 0 = 2 + 1 = 2 + 1 = 2 + 1 = 1 + 2 = 1 + 2 = 1 + 2 = 0 + 3 = 3$$

Określimy teraz wzór na liczbę wszystkich możliwych różnych próbek, które można uzyskać wykonując  $n$  połączeń próbnych w układzie złożonym z  $v$  zespołów.

Próbki uważamy za różne, jeżeli różnią się co najmniej na jednej pozycji.

W badanym układzie komutacyjnym mamy  $v$  zespołów. Wobec tego każde kolejne połączenie może trafić do każdego z  $v$  zespołów. Jeżeli więc  $n$  kolejnych połączeń będziemy rozpatrywać jako ciąg  $n$  elementów, to każdy z tych elementów może przyjąć  $v$  różnych wartości. Liczba wszystkich możliwych różnych ciągów  $n$ -elementowych pobranych ze zbioru złożonego z  $v$  elementów będzie równa iloczynowi  $n$  liczb podających liczbę możliwych wyborów na każdej pozycji. Ponieważ tutaj liczba ta dla wszystkich  $n$  pozycji jest równa  $v$ , dlatego liczba możliwych próbek  $n$ -elementowych jest równa:

$$N_1 = v_1 \cdot v_2 \cdot v_3 \cdot \dots \cdot v_n = v^n \quad (2)$$

A więc liczba wszystkich różnych możliwych próbek powstałych w wyniku realizacji  $n$  połączeń w układzie komutacyjnym złożonym z  $v$  zespołów jest równa  $v^n$ . Dla układu rozpatrywanego w przykładzie (1) mamy  $N_1 = 2^3 = 8$ , co jest zgodne z liczbą podanych tam próbek.

#### 4. PRAWDOPODOBIENSTWO ZBADANIA JEDNEGO OKREŚLONEGO ZESPOŁU

Opierając się na częstościowej definicji prawdopodobieństwa [6] wyprowadzimy wzór  $P_1(v, n_1)$ , który pozwoli nam obliczać prawdopodobieństwo zbadania jednego określonego zespołu układu złożonego z  $v$  zespołów, gdy wykonano  $n_1$  połączeń próbných. Wzór ten, po odpowiednim przekształceniu do postaci  $n_1 = f(v, P_1)$ , pozwala obliczać wartości  $n_1$  przy danych pozostałych zmienných.

Z częstościowej definicji prawdopodobieństwa szukaną zależność wyrazimy jako stosunek liczby próbek sprzyjających do liczby wszystkich możliwych próbek. Liczbę wszystkich możliwych próbek określiliśmy już w poprzednim punkcie w postaci  $N_1 = v^{n_1}$ . Obecnie ustalimy liczbę próbek sprzyjających dla rozważanego przypadku.

Liczba próbek nie sprzyjających, w których nie występuje jeden określony zespół, a więc odpowiadających przypadkowi, że jeden zespół nie zostanie zbadany, będzie równa:

$$N_2 = (v-1)(v-1) \dots (v-1) = (v-1)^{n_1} \quad (3)$$

gdyż liczba zespołów została zmniejszona o jeden, a liczba pozycji w próbce nie uległa zmianie, czyli wszystkie  $n_1$  połączeń trafiają do  $v-1$  zespołów.

Liczba próbek sprzyjających, czyli takich, w których jeden określony zespół występuje co najmniej jeden raz, będzie różnicą:

$$N_1 - N_2 = v^{n_1} - (v-1)^{n_1} \quad (4)$$

czyli od liczby wszystkich możliwych próbek należy odjąć liczbę próbek nie sprzyjających.

Szukane prawdopodobieństwo jako stosunek liczby próbek sprzyjających do liczby wszystkich możliwych próbek będzie więc równe:

$$P_1 = \frac{N_1 - N_2}{N_1} = \frac{v^{n_1} - (v-1)^{n_1}}{v^{n_1}} = 1 - \left(1 - \frac{1}{v}\right)^{n_1} \quad (5)$$

W przykładzie 1 próbkami sprzyjającymi dla zespołu  $a$  są próbki od 1 do 7, a wszystkich próbek jest osiem; wobec tego rozważane prawdopodobieństwo jest równe  $7/8$ . Ze wzoru (5), po podstawieniu  $v = 2$  i  $n_1 = 3$ , otrzymamy również  $7/8$ .

Ze wzoru (5), po odpowiednich prostych przekształceniach z zastosowaniem logarytmowania, otrzymamy wzór do obliczania  $n_1$ :

$$n_1 = \frac{\log(1-P_1)}{\log\left(1-\frac{1}{v}\right)} \quad (6)$$

Wzór ten podaje liczbę połączeń próbnych, jakie należy wykonać, aby z prawdopodobieństwem  $P_1$  zbadać określony zespół w układzie złożonym z  $v$  zespołów. W tabelicy 1 podano wartości  $n_1$  obliczone z tego wzoru dla

Tabela 1  
Zestawienie wartości  $n_1$  do badania jednego określonego zespołu układu

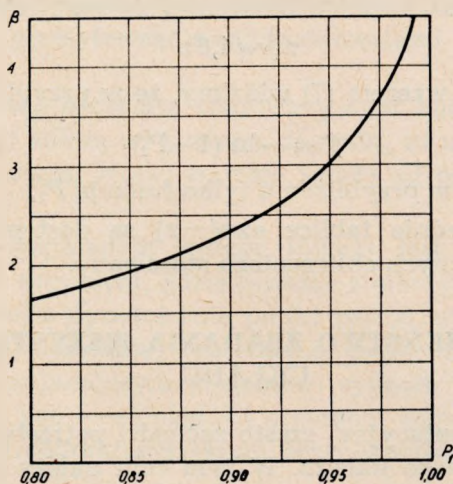
| $v \backslash P_1$ | 0,80 | 0,85 | 0,90 | 0,95 | 0,99 |
|--------------------|------|------|------|------|------|
| 10                 | 16   | 19   | 22   | 29   | 44   |
| 15                 | 24   | 28   | 34   | 44   | 67   |
| 20                 | 32   | 37   | 45   | 59   | 90   |
| 25                 | 40   | 47   | 57   | 74   | 113  |
| 30                 | 48   | 56   | 68   | 89   | 136  |
| 35                 | 56   | 66   | 80   | 104  | 159  |
| 40                 | 64   | 75   | 91   | 119  | 182  |
| 45                 | 72   | 85   | 103  | 134  | 205  |
| 50                 | 80   | 94   | 114  | 149  | 228  |
| 55                 | 88   | 104  | 126  | 164  | 251  |
| 60                 | 96   | 113  | 137  | 179  | 274  |
| 65                 | 103  | 121  | 147  | 191  | 294  |
| 70                 | 112  | 132  | 160  | 208  | 320  |
| 75                 | 120  | 142  | 172  | 223  | 343  |
| 80                 | 128  | 151  | 183  | 238  | 366  |
| 85                 | 136  | 161  | 195  | 254  | 390  |
| 90                 | 144  | 170  | 206  | 268  | 412  |
| 95                 | 153  | 180  | 218  | 284  | 436  |

kilku wartości  $P_1$  i pewnego zakresu wartości  $v$  (od 10 do 95 co 5 zespołów). Z tabelicy tej można zauważyć, że w przybliżeniu zachodzi zależność

$$n_1 = \beta \cdot v \quad (7)$$

gdzie  $\beta$  zależy tylko od  $P_1$ .

Można więc wykonać wykres  $\beta = f(P_1)$  podany na rys. 2 i posługiwać się wzorem (7), potrzebne  $\beta$  odczytując z wykresu. Dla większych wartości  $v$  wzór (7) jest dokładniejszy.

Rys. 2. Wykres parametru  $\beta$ 

## 5. WZÓR PRZYBLIŻONY NA PRAWDOPODOBIENSTWO ZBADANIA JEDNEGO OKREŚLONEGO ZESPOŁU UKŁADU

Aby ułatwić obliczenia, dąży się do przedstawienia wzorów w postaci zawierającej funkcje tablicowane. Wzór (5) do obliczeń nie jest wygodny, gdyż wymaga mnożenia  $n$  razy liczby mniejszej od jedności, a  $n_1$  jest dużą liczbą. Wobec tego wyprowadzimy wzór przybliżony, zawierający funkcję tablicowaną, którym można się posługiwać w obliczeniach z dostateczną dokładnością.

Rozwinięcie funkcji  $e^{-x}$  na szereg *Maclaurina* z uwzględnieniem dwóch wyrazów ma postać:

$$e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2} e^{\theta x}$$

gdzie ostatni wyraz po prawej stronie jest resztą w postaci *Lagrange'a* [7]. Na tej podstawie dla rozważanego przypadku mamy

$$1 - \frac{1}{v} \approx e^{-1/v}$$

z dokładnością do wyrazu  $1/2 (1/v)^2$ , ponieważ  $e^{\theta x} \leq 1$  dla  $0 < \theta < 1$ . Stąd wzór (5) możemy zapisać w postaci przybliżonej

$$P_1 \approx 1 - \exp(-n_1/v) \quad (8)$$

dla której błąd jest nie większy od  $n_1/(2v^2)$  w zakresie  $0,1 < n_1/v < 20$ .

Możemy teraz z (8) określić  $n$ :

$$n_1 \approx - \frac{v \log(1 - P_1)}{\log e} = -v \ln(1 - P_1) \quad (9)$$

Dla  $P_1 = 0,99$  otrzymamy zależność pożyteczną w praktyce:

$$n_1 \approx 4,6 v$$

Porównując (9) ze wzorem (7) widzimy, że w przybliżeniu powinno zachodzić

$$\beta = -\ln(1 - P_1) \quad (10)$$

a więc istotnie  $\beta$  jest w przybliżeniu tylko funkcją  $P_1$ .

Ponieważ odpowiednie tablice  $\exp(-x)$  są dostępne, więc wzór (8) może być w praktycznych obliczeniach stosowany.

## 6. PRAWDOPODOBIENSTWO ZBADANIA WSZYSTKICH ZESPOŁÓW UKŁADU

W praktyce eksploatacyjnej często zachodzi potrzeba zbadania wszystkich zespołów badanego układu. W tym celu należy znać liczbę  $n_2$  potrzebnych połączeń próbnych, by z określonym prawdopodobieństwem zbadać wszystkie  $v$  zespołów układu. Wyprowadzimy wzór, który umożliwi określenie prawdopodobieństwa i liczby połączeń próbnych dla tego przypadku.

Rozważymy najpierw prawdopodobieństwo wystąpienia co najmniej jednego ze zdarzeń z grupy  $s$  zdarzeń nazywane alternatywą zdarzeń, które dla dwóch zdarzeń zapisujemy w sposób znany z rachunku prawdopodobieństwa [8] w postaci:

$$P(A_1UA_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cdot A_2) \quad (11)$$

Wzór ten określa prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia  $A_1$  albo zdarzenia  $A_2$  albo obu zdarzeń równocześnie. Zdarzenia  $A_1$  i  $A_2$  określimy w rozważanym przypadku następująco:

— zdarzenie  $A_1$  oznacza, że zespół (a) nie został zbadany (próbka nr 8 w przykładzie 1);

— zdarzenie  $A_2$  oznacza, że zespół (b) nie został zbadany (próbka nr 1 w przykładzie 1).

Wobec tego wyrażenie dopełniające, które napiszemy jako

$$P_2(2) = 1 - P(A_1UA_2) \quad (12)$$

oznacza prawdopodobieństwo, że zostały zbadane wszystkie zespoły układu. Jest to szukane wyrażenie dla układu składającego się z dwóch zespołów.

Rozszerzając powyższe rozumowanie na  $v$  zespołów, możemy napisać:

$$P_2 = 1 - P(\overset{v}{\underset{s=1}{U}} A_s) \quad (13)$$

gdzie  $P(\overset{v}{\underset{s=1}{U}} A_s)$  jest odpowiednikiem wyrażenia (11) ale dla  $v$  zdarzeń i ma

następującą postać szczegółową [8]:

$$P(\bar{U}A_s) = \sum_{s=1}^v P(A_s) - \sum_{s_1, s_2=1}^v P(A_{s_1}A_{s_2}) + \dots + (-1)^{v+1} P(A_1A_2A_3 \dots A_v) \quad (14)$$

przy czym

$$s_1 < s_2 < \dots < s_v$$

### Przykład 2

Alternatywa trzech zdarzeń według wzoru (14) ma postać:

$$P(A_1UA_2UA_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(A_1A_2) - P(A_1A_3) - P(A_2A_3) + P(A_1A_2A_3) \quad (15)$$

Badamy układ komutacyjny złożony z trzech zespołów i przyjmujemy  $n = 3$ .

Oznaczmy dla tego przypadku trzy badane zespoły literami  $a, b, c$ .

Zapiszmy wszystkie możliwe próbki w ilości  $v^n = 3^3 = 27$ :

|            |             |             |
|------------|-------------|-------------|
| 1) $a a a$ | 10) $a a b$ | 19) $c a a$ |
| 2) $b b b$ | 11) $a b a$ | 20) $a c a$ |
| 3) $c c c$ | 12) $b a a$ | 21) $a a c$ |
| 4) $a b c$ | 13) $a b b$ | 22) $c b b$ |
| 5) $a c b$ | 14) $b a b$ | 23) $b c b$ |
| 6) $b a c$ | 15) $b b a$ | 24) $b b c$ |
| 7) $b c a$ | 16) $a c c$ | 25) $c c b$ |
| 8) $c a b$ | 17) $c a c$ | 26) $c b c$ |
| 9) $c b a$ | 18) $c c a$ | 27) $b c c$ |

Na podstawie tego wykazu możemy określić:

$$P(A_1UA_2UA_3) = P(aUbUc)$$

Prawdopodobieństwa składowe wzoru (15) będą mieć wartości:

$$P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = P(a) = P(b) = P(c) = 8/27$$

$$P(A_1A_2) = P(A_1A_3) = P(A_2A_3) = P(ab) = P(ac) = P(bc) = 1/27$$

$$P(A_1A_2A_3) = P(abc) = 0$$

więc

$$P(aUbUc) = 3 \cdot 8/27 - 3 \cdot 1/27 = 21/27$$

Szukane prawdopodobieństwo zbadania wszystkich zespołów układu zgodnie ze wzorem (13) będzie równe:

$$P_2(3) = 1 - 21/27 = 6/27$$

Z wykazu próbek widzimy, że istotnie tylko próbki od nr 4 do nr 9 w liczbie sześć zawierają wszystkie trzy zespoły układu.

Wracamy teraz do wzoru (13), dla którego postaramy się określić bliżej poszczególne wyrazy korzystając z częstościowej definicji prawdopodobieństwa.

Poprzednio (wzór 3) określiliśmy liczbę próbek, w których nie występuje jeden określony zespół, jako równą

$$N_2 = (v-1)^{n_2}$$

W podobny sposób liczba próbek, w których nie występują dwa określone zespoły, będzie równa

$$N_3 = (v-2)(v-2)\dots(v-2) = (v-2)^{n_2}$$

Tak samo określamy liczbę próbek, w których nie występuje  $k$  określonych zespołów:

$$N_{k_0} = (v-k)^{n_2} \quad (16)$$

Jeżeli teraz weźmiemy nie określone ale dowolne zespoły, to ponieważ  $k$  zespołów spośród  $v$  zespołów znajdujących się w układzie można wybrać  $(v)$  sposobami, więc dla dowolnych zespołów liczba różnych próbek będzie równa iloczynowi:

$$N_k = \binom{v}{k} (v-k)^{n_2} \quad (17)$$

Wynika to ze stosowanej w kombinatoryce zasady iloczynu, którą można sformułować następująco [11]. Jeżeli przedmiot  $A$  może być wybrany  $y$  sposobami, a następnie przedmiot  $B$  z sposobami, to obydwa „ $A$  i  $B$ ” mogą być wybrane w tym porządku  $y \cdot z$  sposobami. W rozważanym przypadku „przedmiot  $A$ ” jest to zdarzenie polegające na wybraniu  $r$  zespołów spośród  $v$  zespołów, a „przedmiot  $B$ ” jest to próbka  $n$ -pozycyjna wybrana z  $v-1$  zespołów.

Prawdopodobieństwo wystąpienia próbki, w której nie występuje  $k$  określonych zespołów, jako stosunek liczby próbek sprzyjających do liczby wszystkich próbek będzie:

$$P_k = \frac{N_k}{N_1} = \binom{v}{k} \left(1 - \frac{k}{v}\right)^{n_2} \quad (18)$$

Na tej podstawie we wzorze (14) poszczególne wyrazy będą:

$$\sum_{s=1}^v P(A_s) = \binom{v}{1} \left(1 - \frac{1}{v}\right)^{n_2} \quad \text{dla } k = 1$$

$$\sum_{s_1, s_2=1}^v P(A_{s_1} A_{s_2}) = \binom{v}{2} \left(1 - \frac{2}{v}\right)^{n_2} \quad \text{dla } k = 2$$

itd., aż do  $k = v - 1$ .

Wobec tego wzór (13) po podstawieniu do niego powyższych zależności otrzyma postać:

$$P_1 = 1 - \binom{v}{1} \left(1 - \frac{1}{v}\right)^{n_2} + \binom{v}{2} \left(1 - \frac{2}{v}\right)^{n_2} + \dots + (-1)^{v+1} \binom{v}{k} \left(1 - \frac{k}{v}\right)^{n_2}$$

Łatwo można zauważyć, że wzór ten można zapisać jako:

$$P_2 = \sum_{k=0}^v (-1)^k \binom{v}{k} \left(1 - \frac{k}{v}\right)^{n_2} \quad (19)$$

Jest to szukana zależność określająca prawdopodobieństwo zbadania wszystkich zespołów układu złożonego z  $v$  zespołów, jeżeli wykonano  $n$  połączeń próbnych.

## 7. WZÓR PRZYBLIŻONY PODAJĄCY PRAWDOPODOBIEŃSTWO ZBADANIA WSZYSTKICH ZESPOŁÓW UKŁADU

Wzór (19) jest bardzo niewygodny do obliczeń i jego przydatność praktyczna jest niewielka. Dlatego zostanie podany wzór przybliżony słuszny dla większych wartości  $n$ , wystarczająco dokładny do obliczeń przy badaniu układów komutacyjnych. Błąd wzoru przybliżonego dąży do zera, gdy  $n$  dąży do nieskończoności.

Można udowodnić [6], że dla dużych  $n$  zachodzi zależność

$$\binom{u}{k} \left(1 - \frac{k}{v}\right)^{n_2} \approx \frac{(v e^{-n_2/v})^k}{k!}$$

Jeżeli wprowadzimy oznaczenie

$$v e^{-n_2/v} = E \quad (20)$$

to zależność (19) po uwzględnieniu (20) można zapisać jako:

$$P_2 \approx \sum_{k=0}^v (-1)^k \frac{E^k}{k!} = e^{-E} \quad (21)$$

Jest to szukany wzór przybliżony. Ponieważ dla danych  $n_2$  i  $v$  wartość  $E$  jest stała, zależność ta umożliwia wykorzystanie do obliczeń tablic funkcji  $\exp(-x)$ .

Ze wzoru (21), po wykonaniu odpowiednich przekształceń, możemy otrzymać wzór na  $n_2 = f(v, P_2)$  w postaci wyraźnej:

$$n_2 = v [\ln v - \ln(-\ln P_2)] \quad (22)$$

W tablicy 2 podano wartości  $n$  obliczone za pomocą wzoru (22), które mogą być stosowane w praktyce. Aby zorientować czytelnika w dokładności obliczeń za pomocą wzoru (22), w tabl. 3 podano wartości obliczone za pomocą obu wzorów, dokładnego (19) i przybliżonego (22). Z tablicy



wynika, że dla wartości  $P_2$  bliskich jedności dokładność obliczeń jest duża. Ponieważ w tabl. 3 podano tylko wartości  $P_2$  dla stałej wartości  $v = 10$ , wobec tego dla uzupełnienia obrazu zachowania się  $P_2$  ze wzrostem  $v$  dodatkowo obliczono dane zawarte w tabl. 4. Tutaj widzimy, że ze wzrostem

Tablica 2  
Zestawienie wartości  $n_2$  do badania wszystkich zespołów układu

| $v \backslash P_2$ | 0,80 | 0,85 | 0,90 | 0,95 | 0,99 |
|--------------------|------|------|------|------|------|
| 10                 | 38   | 42   | 46   | 53   | 70   |
| 15                 | 63   | 68   | 75   | 86   | 110  |
| 20                 | 90   | 97   | 105  | 120  | 153  |
| 25                 | 120  | 126  | 137  | 155  | 196  |
| 30                 | 147  | 157  | 170  | 192  | 241  |
| 35                 | 179  | 186  | 204  | 229  | 286  |
| 40                 | 208  | 220  | 238  | 267  | 332  |
| 45                 | 239  | 253  | 273  | 306  | 379  |
| 50                 | 271  | 287  | 308  | 345  | 426  |
| 55                 | 303  | 321  | 345  | 384  | 474  |
| 60                 | 336  | 355  | 381  | 425  | 522  |
| 65                 | 369  | 390  | 418  | 465  | 571  |
| 70                 | 395  | 425  | 455  | 506  | 620  |
| 75                 | 435  | 460  | 493  | 547  | 670  |
| 80                 | 471  | 496  | 531  | 589  | 720  |
| 85                 | 505  | 532  | 569  | 631  | 766  |
| 90                 | 540  | 568  | 608  | 673  | 820  |
| 95                 | 570  | 606  | 646  | 716  | 870  |

Tablica 3  
Przybliżone i dokładne wartości  $P_2$  dla  $v = 10$

| $v = 10$           |                      |                   |
|--------------------|----------------------|-------------------|
| $n \backslash P_2$ | Wartości przybliżone | Wartości dokładne |
| 10                 | 0,02472              | 0,00036           |
| 18                 | 0,19205              | 0,13467           |
| 38                 | 0,80000              | 0,83217           |
| 42                 | 0,85000              | 0,88407           |
| 46                 | 0,90000              | 0,92221           |
| 53                 | 0,95000              | 0,96275           |
| 70                 | 0,99000              | 0,99374           |

$v$  i  $n$  dokładność obliczenia  $P_2$  rośnie. Ogólnie można powiedzieć, że dla wartości  $P_2 \geq 0,95$  dokładność obliczenia  $n$  na podstawie wzoru (22) jest bardzo duża.

Tablica 4  
Przybliżone i dokładne wartości  $P_2$  dla różnych wartości  $v$

| $v$ | $n$ | $P_2$               |                  |
|-----|-----|---------------------|------------------|
|     |     | Wartość przybliżona | Wartość dokładna |
| 10  | 70  | 0,99000             | 0,99374          |
| 30  | 241 | 0,99000             | 0,99155          |
| 60  | 522 | 0,99000             | 0,99076          |
| 90  | 820 | 0,99000             | 0,99066          |

Ponieważ w praktyce  $n$  będziemy często obliczać dla ustalonej wartości  $P_2 = 0,99$ , podamy dodatkowy wzór dla tego przypadku:

$$n_2 = v(\ln v + 4,6) \quad (23)$$

który można sprawdzić na podstawie danych zawartych w tabl. 2.

## 8. PORÓWNANIE WYNIKÓW

W tablicy 5 zestawiono wyprowadzone wzory, co ułatwia bezpośrednio ich porównanie.

Porównując wyniki obliczeń podane w tabl. 1 i 2 można stwierdzić, że liczba połączeń próbnych  $n_2$  potrzebnych do zbadania wszystkich zespołów układu jest zawsze znacznie większa od liczby połączeń  $n_1$  potrzebnych do zbadania jednego zespołu. Jeżeli jako wskaźnik zależności  $n_1$  i  $n_2$  weźmiemy stosunek  $n_2/n_1$ , to dla  $v$  od 5 do 95 (tabl. 1 i 2) stosunek ten zmienia się w zakresie  $1,6 \div 3,8$ ; dla  $P_1 = P_2 = 0,99$  stosunek ten jest najmniejszy i jest zawarty w granicach od 1,6 do 2.

Z tablicy 5 wzory przybliżone na  $n_1$  i  $n_2$  dla  $P_1 = P_2 = 0,99$  mają postać:

$$n_1 = 4,6v$$

$$n_2 = (\ln v + 4,6)v$$

Stąd dla  $P_1 = P_2 = 0,99$  wzór ogólny na liczbę połączeń próbnych  $n$  możemy zapisać w postaci:

$$n = M \cdot v$$

gdzie:

$M = 4,6$ , gdy ma być zbadany jeden określony element układu,

$M = \ln v + 4,6$ , gdy mają być zbadane wszystkie elementy układu.

Zestawienie wyprowadzonych wzorów

| Lp. | Nr wzoru     | Określenie wzoru   | Wzór dokładny   | Wzór przybliżony   |
|-----|--------------|--|---|--|
| 1   | (5)<br>(8)   | Prawdopodobieństwo zbadania jednego określonego zespołu układu   | $P_1 = 1 - \left(1 - \frac{1}{v}\right)^{n_1}$                              | $P_1 = 1 - e^{-n_1/v}$                                       |
| 2   | (6)<br>(9)   | Liczba połączeń próbnych potrzebna do zbadania jednego określonego zespołu układu z prawdopodobieństwem równym $P_1$ | $n_1 = \frac{\log(1 - P_1)}{\log\left(1 - \frac{1}{v}\right)}$              | $n_1 = -v \ln(1 - P_1)$<br>dla $P_1 = 0,99$<br>$n_1 = 4,6 v$ |
| 3   | (19)<br>(21) | Prawdopodobieństwo zbadania wszystkich zespołów układu   | $P_2 = \sum_{k=0}^v (-1)^k \binom{v}{k} \left(1 - \frac{k}{v}\right)^{n_2}$ | $P_2 = e^{-E}$<br>gdzie<br>$E = v e^{-n_2/v}$                |
| 4   | (22)         | Liczba połączeń próbnych potrzebna do zbadania wszystkich zespołów układu z prawdopodobieństwem równym $P_2$         | —   | $n_2 = v [\ln v - \ln(-\ln P_2)]$                            |
| 5   | (23)         | Liczba połączeń próbnych potrzebna do zbadania wszystkich zespołów układu z prawdopodobieństwem równym $P_2 = 0,99$  | —   | $n_2 = v(\ln v + 4,6)$                                       |

## 9. ZAKOŃCZENIE

Wydaje się, że przedstawione wzory i wyniki obliczeń pozwalają w praktyce dostatecznie dokładnie oszacować liczbę połączeń próbnych, potrzebną do zbadania układu komutacyjnego. Wyprowadzone wzory przybliżone za pomocą istniejących tablic [9], [10] pozwalają szybko obliczyć potrzebne dane w zakresie nie ujętym w przytoczonych tablicach. W pracy ograniczono się tylko do szczegółowego przeanalizowania zagadnienia obliczania prawdopodobieństwa zbadania jednego i wszystkich zespołów układu komutacyjnego, jako interesującego z praktycznego punktu widzenia.

## WYKAZ LITERATURY

1. Przepisy gospodarki ruchowej w automatycznych centralach telefonicznych. Instrukcja Techniczna Nr TS-128, IŁ 1962.
2. *Walaszek S.*: Zasady pobierania próby do analizy statycznej jakości usług central telefonicznych. Prace Instytutu Łączności 1/67.
3. *Hansson K. G.*: The traffic route tester — a new tool for service observation at automatic telephone exchanges. Ericsson Review 4/55.
4. *Kibortt J., Trechciński J.*: Przegląd metod konserwacji automatycznych central telefonicznych. Prace Instytutu Łączności 2/61.
5. *Pettersson A. D.*: Maintenance of ARF 102 crossbar exchanges. Telecom. J. of Australia, 1964, t. 14, nr 4, s. 270—279.
6. *Feller W.*: Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa. PWN — 1966.
7. *Leja F.*: Rachunek różniczkowy i całkowy. PWN. Warszawa 1959.
8. *Fisz M.*: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. PWN, Warszawa 1958.
9. *Beyer W. H.*: Handbook of tables for probability and statistics. The Chemical Rubber Co 1966.
10. Tables of the individual and cumulative terms of Poisson distribution; Defense System Department General Electric Company. Wyd. Van Nostrand 1962.
11. *Riordan J.*: An introduction to combinatorial analysis. Nowy Jork, John Wiley and Sons 1958.

C. *Валяшек*

ОЦЕНКА ЧИСЛА ПРОВЕРОЧНЫХ СОЕДИНЕНИЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ  
КОММУТАЦИОННЫХ СХЕМ

Резюме

Коммутационные схемы состоят из блоков, которые можно исследовать, производя так называемые проверочные соединения. Каждое проверочное соединение составляет некоторый тест, а объектом теста становится один из блоков путем случайного происшествя. Чтобы исследовать один определенный блок или все блоки схемы с определенной вероятностью, надо произвести достаточное число проверочных соединений. В настоящем труде выведены точные и приближенные формулы, позволяющие вычислить число проверочных соединений необходимое для исследования одного определенного или всех блоков схемы. Приведено тоже несколько таблиц, содержащих данные рассчитанные на основании выведенных формул.

S. *Walaszek*

EVALUATION OF THE NUMBER OF TEST CALLS WHILE THE EXAMINING  
EXCHANGE PLANTS

Summary

The exchange plant consists of devices, that may be examined by means of so called test calls. Every test call presents a test and the object of the test becomes one of the devices as a random event. To examine the one definite device or all

devices with the wanted probability degree the sufficient number of test calls has to be done. In the paper the exact and the approximate formulae have been deduced, allowing to calculate the numbers of test calls needed to examine one definite or all devices. Some tables containing the data calculated by means of these formulae have been presented.

S. Walaszek

#### EVALUATION DU NOMBRE DE CONNEXIONS D'ESSAI NECESSAIRES POUR VERIFIER LE FONCTIONNEMENT DES INSTALLATIONS DE COMMUTATION

##### Résumé

Les installations de commutation se composent de divers dispositifs qui peuvent être vérifiés à l'aide de lesdites connexions d'essai. Chaque connexion d'essai présente un test dont l'objet devient le dispositif étant un phénomène aléatoire. Pour vérifier le dispositif particulier ainsi que tous les dispositifs avec le degré de probabilité exigé il est nécessaire d'exécuter un nombre de connexions d'essai suffisant. On a déduit des formules exactes et approximatives permettant de calculer le nombre de connexions d'essai nécessaire pour vérifier un dispositif particulier ainsi que pour vérifier tous les dispositifs. On a présenté quelques tables contenant des données calculées à l'aide de formules déduites préalablement.

S. Walaszek

#### SCHÄTZUNG DER PRÜFVERBINDUNGSANZAHL BEI DER UNTERSUCHUNG DER FERNSPRECHSCHALTEINRICHTUNGEN

##### Zusammenfassung

Die Fernsprechscheinrichtungen bestehen aus Funktionssätzen, die mittels Durchführung der sogenannten Prüfverbindungen untersucht werden können. Jede Prüfverbindung stellt ein Test dar und als Testobjekt wird einer von diesen Funktionssätzen, der zufälligerweise belegt worden ist. Um einen bestimmten Funktionssatz oder alle Funktionssätze mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit zu untersuchen, muss eine genügende Anzahl von Prüfverbindungen durchgeführt werden. In der Arbeit wurden sowohl genaue als auch angenäherte Formeln abgeleitet, welche die Berechnung der zur Untersuchung eines bestimmten oder aller Funktionssätze genügenden Prüfverbindungsanzahl ermöglichen. Man hat auch einige Zahlentabellen zusammengestellt, die auf Grund dieser Formeln berechneten Daten enthalten.

