

MINISTERSTWO ŁĄCZNOŚCI

**PRACE  
INSTYTUTU ŁĄCZNOŚCI**

**ROK XIV**

**ZESZYT 1(45)**

**WARSZAWA 1967**

**WYDAWNICTWA NAUKOWO - TECHNICZNE**

## SPIS TREŚCI

1. <i>Stanisław Siczek</i> — Pomiar małych kątów stratności w zakresie częstotliwości akustycznych . . . . .	3
2. <i>Sławoj Walaszek</i> — Zasady pobierania próby do analizy statystycznej jakości usług central telefonicznych . . . . .	13
3. <i>Kazimierz Kassenberg</i> — Ruch kotwicy w neutralnym przekaźniku telefonicznym . . . . .	31

## СОДЕРЖАНИЕ

1. <i>С. Сичек</i> — Измерение малых углов потерь в диапазоне звуковых частот	11
2. <i>С. Валяшек</i> — Принципы взимания пробы для статистического анализа качества работы АТС . . . . .	28
3. <i>К. Кассэнберг</i> — Движение якоря в нейтральном телефонном реле . . . . .	63

## CONTENTS

1. <i>S. Siczek</i> — Measuring of small angles of dielectric loss in a range of voice frequency . . . . .	12
2. <i>S. Walaszek</i> — The principles of sampling performance for the statistical analysis of the quality of telephone exchange services . . . . .	29
3. <i>K. Kassenberg</i> — Armature motion of an neutral telephone relay . . . . .	64

## SOMMAIRE

1. <i>S. Siczek</i> — Les mesures de petits angles de pertes diélectriques à fréquence acoustique . . . . .	12
2. <i>S. Walaszek</i> — Les principes de l'échantillonnage afin d'effectuer une analyse statistique de la qualité des services de centraux téléphoniques . . . . .	29
3. <i>K. Kassenberg</i> — Les mouvements de l'armature d'un relais téléphonique neutre . . . . .	64

## INHALTSVERZEICHNIS

1. <i>S. Siczek</i> — Messung der kleinen Verlustwinkel im Bereich der Tonfrequenzen . . . . .	12
2. <i>S. Walaszek</i> — Die Prinzipien der Stichprobennahme für statistische Dienstqualitätsanalyse der Fernsprechämter . . . . .	30
3. <i>K. Kassenberg</i> — Die Ankerbewegung im neutralen Fernsprechrelais . . . . .	65

MINISTERSTWO ŁĄCZNOŚCI

PRACE  
INSTYTUTU ŁĄCZNOŚCI

ROK XIV

ZESZYT 1(45)



WARSZAWA 1967

WYDAWNICTWA NAUKOWO-TECHNICZNE

## K o m i t e t R e d a k c y j n y

Redaktor Naczelny — *prof. mgr inż. Sylwester Jarkowski*

Redaktorzy działów:

*prof. mgr inż. Feliks Błocki, adj. inż. Aleksy Brodowski,  
prof. mgr inż. Lesław Kędziński*

Sekretarz Redakcji — *Janina Janicka*

## A d r e s R e d a k c j i

Instytut Łączności, Warszawa — Miedzeszyn, ul. Szachowa 1

WSZELKIE PRAWA ZASTRZEŻONE

*Printed in Poland*

Opracowano w Dziale Wydawniczym  
Instytutu Łączności

Redaktor techniczny *F. Bondaruk*

---

WNT, Warszawa '968. Wydanie I. Nakład 595 egz. Ark. wyd. 4,8. Ark. druk.  
4,25 (5,69/A). Format B5. Papier ilustr. kl. V/70 g. Oddano do składowania  
20. 11. 67. Podpis no do druku 25. 1. 68. Druk ukończono w styczniu 1968.  
Symbol 80394/JNB. Cena zł 13,—

---

621.317.335.2.029.4

STANISŁAW SICZEK

## POMIAR MAŁYCH KĄTÓW STRATNOŚCI W ZAKRESIE CZĘSTOTLIWOŚCI AKUSTYCZNYCH

Rękopis dostarczono do Komitetu Redakcyjnego  
dnia 20. IV. 1966 r.

Tematem artykułu jest rozpatrzenie warunków pomiaru mostkiem *Scheringa* stratności i pojemności kondensatorów, próbek materiałowych i innych elementów pojemnościowych w zakresie częstotliwości akustycznych.

Z rozważań wynika możliwość modyfikacji układu mostka drogą wtrącenia w szereg z kondensatorem wzorcowym oporu kompensującego błąd pomiaru małych wartości stratności, występujący w układzie konwencjonalnym.

### 1. WSTĘP

Do pomiaru pojemności i kątów stratności kondensatorów i innych elementów pojemnościowych w zakresie małych częstotliwości najczęściej stosuje się mostek *Scheringa*, w różnych odmianach konstrukcyjnych.

Uproszczony układ elektryczny mostka, pozwalający wyjaśnić jego zasadę działania, podano na rys. 1.

W układzie tym słuszne są znane zależności:

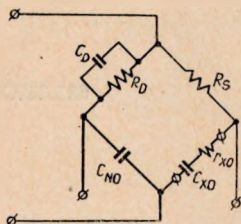
$$C_{x0} = C_{N0} \frac{R_D}{R_S} \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} \delta_{x0} = \omega R_D C_D \quad (2)$$

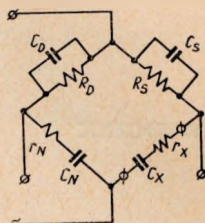
gdzie  $C_{N0}$  jest pojemnością bezstratnego kondensatora normalnego, a  $C_{x0}$  i  $\operatorname{tg} \delta_{x0}$  są parametrami kondensatora mierzonego, wyznaczonymi takim mostkiem.



Układ zastępczy, uwzględniający stratność kondensatora wzorcowego przedstawiono na rys. 2. Zawiera on jeszcze dodatkową pojemność  $C_s$  konieczną dla zrównoważenia mostka ze stratnym kondensatorem wzor-



Rys. 1. Układ idealny mostka Scheringa



Rys. 2. Układ uwzględniający stratność kondensatora wzorcowego (układ Giebe-Zicknera)

cowym i pojemnością początkową kondensatora  $C_D$ , która nie jest równa zero.

Układ ten znany jest pod nazwą mostka Giebedo-Zicknera. Oporności  $r_N$  i  $r_X$  reprezentują tu stratność odpowiednich kondensatorów, a więc również ich upływności.

Warunek równowagi mostka można zapisać:

$$\frac{\frac{R_D}{j\omega C_D}}{R_D + \frac{1}{j\omega C_D}} \left( r_X + \frac{1}{j\omega C_X} \right) = \frac{\frac{R_S}{j\omega C_S}}{R_S + \frac{1}{j\omega R_S}} \left( r_N + \frac{1}{j\omega C_N} \right) \quad (3)$$

Równanie (3) można łatwo rozwiązać uzyskując zależności:

$$C_X = C_N \frac{R_D}{R_S} \frac{1 - \omega R_S C_S \operatorname{tg} \delta_x}{1 - \omega R_D C_D \operatorname{tg} \delta_N} \quad (4)$$

$$\operatorname{tg} \delta_x = C_X \frac{R_S}{R_D C_N} (\omega R_D C_D + \operatorname{tg} \delta_N) - \omega R_S C_S \quad (5)$$

We wzorach (4) i (5) uwzględniono oczywisty związek wynikający z zastosowania szeregowego układu zastępczego dla kondensatora ze stratami:

$$\operatorname{tg} \delta_x = \omega r_X C_X \quad (7)$$

$$\operatorname{tg} \delta_N = \omega r_N C_N \quad (7)$$

Wzór (5) jest identyczny ze wzorem podanym przez A. Jellonka [1].

Ze wzorów (4) i (5) wynika bezpośrednio wniosek, że rzeczywistym mostkiem, zawierającym z konieczności kondensator wzorcowy ze stratnością, nie jest możliwe dokładne wyznaczenie wartości pojemności i kąta stratności badanego kondensatora, jeśli nie jest znany kąt stratności kon-

densatora wzorcowego. Względny błąd pomiaru kąta stratności jest w tych warunkach tym większy, im mniejszą stratność ma mierzony kondensator.

W publikacji [1] zostały opisane metody pomiaru małych kątów stratności. Jedna z nich, typowo laboratoryjna, polega na zastosowaniu dwu identycznych kondensatorów i druga, mniej dokładna, polega na dwukrotnym zerowaniu mostka (przed i po równoległym dołączeniu badanego kondensatora do zmiennego kondensatora wzorcowego).

Okie proponowane metody, ze względu na ich pracochłonność, nie mogą być stosowane np. przy seryjnych pomiarach kątów stratności próbek materiałowych lub kondensatorów. Praca niniejsza jest próbą usunięcia tych niedogodności.

## 2. DYSKUSJA WZORÓW

Rozpatrując wzór (4) można zauważyć, że drugi człon ilorazu prawej jego części odgrywa rolę współczynnika korekcyjnego do wyniku pomiaru pojemności, który uzyskaliśmy w układzie idealnym, a któremu odpowiada wzór (1). Jeśli pojemność kondensatora  $C_D$  mogłaby być równa zeru (łącznie z pojemnościami rozproszonymi) to, jak można zauważyć bezpośrednio z układu mostka na rys. 2, przy dowolnie małej stratności kondensatora  $C_x$  mostek byłby zrównoważony w przypadku jednoczesnego zachowania równości:

$$\operatorname{tg} \delta_x = \omega P_D C_D \text{ i } \operatorname{tg} \delta_N = \omega R_s C_s$$

W tym przypadku nie wystąpiłby bowiem błąd pomiaru pojemności zależny od jej stratności, uwzględniany we wzorze (4).

W przypadku więc pomiaru kondensatora o małej stratności ( $\operatorname{tg} \delta_x = 10^{-4} \div 10^{-3}$ ) i zastosowaniu kondensatora wzorcowego o małej stratności, błąd pomiaru pojemności  $C_x$  będzie bardzo mały. Pozwala to wprowadzić do wzoru (5) zależność:

$$C_x \approx C_N \frac{R_D}{R_s} \quad (8)$$

analogiczną do wzoru (1), gdyż zapewnia to wystarczającą dokładność obliczenia kąta stratności. Otrzymamy wówczas podstawowy wzór dla dalszych rozważań:

$$\operatorname{tg} \delta_x \approx \omega R_D C_D + \operatorname{tg} \delta_N - \omega R_s C_s \quad (9)$$

Ze wzoru tego wynika, że wystarczająco dokładny wynik pomiaru kąta stratności (odezycany na odpowiednio naniesionej podziałce kondensatora  $C_D$ ) otrzymamy tylko w przypadku, gdy:

$$\operatorname{tg} \delta_x \gg \operatorname{tg} \delta_N \quad (10)$$

lub

$$\operatorname{tg} \delta_N = \omega R_s C_s \quad (11)$$

Pierwszy z tych przypadków nas nie interesuje. Dotyczy on bowiem pomiarów stosunkowo dużych kątów stratności. Drugi natomiast rozpatrzmy bliżej.

Kondensator  $C_D$  można uważać za równoległe połączenie kondensatora o pojemności początkowej  $C_{dp}$  i kondensatora zmiennego  $C_d$ , którego pojemność można zmieniać od zera do określonej wartości maksymalnej, tj.:

$$C_D = C_{dp} + C_d \quad (12)$$

Uwzględniając to we wzorze (9) otrzymamy:

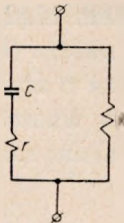
$$\operatorname{tg} \delta_x \approx \omega R_D C_d + \operatorname{tg} \delta_N + \omega (R_D C_{dp} - R_s C_s) \quad (13)$$

Ze wzoru tego wynika bezpośrednio, że w teoretycznym przypadku pomiaru kondensatora bez strat równowagę mostka na początku podziałki kondensatora  $C_D$ , ( $C_d = 0$ ) można uzyskać tylko wówczas, gdy

$$\operatorname{tg} \delta_N = \omega (R_s C_s - R_D C_{dp}) \quad (14)$$

Jest to więc warunek poprawności pomiaru małych kątów stratności. Spełnianie tego warunku wymaga jednak liniowego wzrostu tangensa kąta stratności kondensatora wzorcowego w żądanym zakresie częstotliwości.

Zachowanie się kondensatora pracującego w zakresie częstotliwości akustycznych można w przybliżeniu opisać na podstawie jego układu za-



Rys. 3. Schemat zastępczy kondensatora

stępczego podanego na rys. 3. W układzie tym oporność  $R$  reprezentuje straty mocy związane z obecnością zmiennego pola elektrycznego w kondensatorze, a oporność  $r$  — straty związane z przepływem prądu przez kondensator.

Tangens kąta stratności tego kondensatora można określić ze wzoru:

$$\operatorname{tg} \delta = \omega r C + \frac{1}{\omega R C} \quad (15)$$

przyjmując w pierwszym przybliżeniu stałość wartości  $R$  i  $r$  w interesującym nas zakresie częstotliwości. Minimum tego kąta wystąpi dla pul-

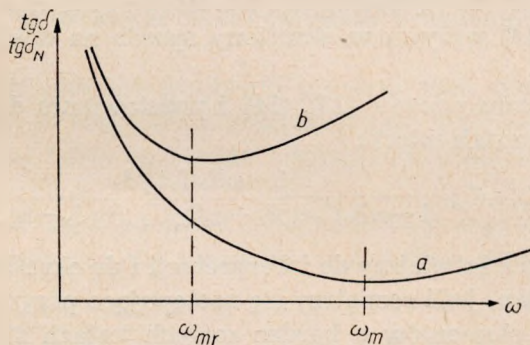


sacji  $\omega_m$  określonej zależnością:

$$\omega_m = \frac{1}{C \sqrt{rR}} \quad (16)$$

W zakresie częstotliwości akustycznych tangens kąta stratności kondensatora (w tym również wzorcowego) zmienia się więc zgodnie z krzywą *a* na rys. 4.

Jeśli w układzie z rys. 2 włączymy szeregowo z kondensatorem wzorcowym dodatkową oporność  $r_k$ , wielokrotnie większą od własnej oporności  $r_n$ , ale jeszcze przynajmniej o kilka rzędów mniejszą od  $R_N$ , to wykres zastępczego kąta stratności przebiegać będzie jak krzywa *b* na rys. 4.



Rys. 4. Poglądowy wykres zmian kąta stratności kondensatora w funkcji częstotliwości: a) bez dodatkowego opornika, b) z dodatkowym opornikiem  $r_k$ .

Jest to zgodne z przybliżonymi zależnościami (15) i (16) (po odpowiedniej zmianie indeksów):

$$\operatorname{tg} \delta_N \approx \omega C_N (r_n + r_k) + \frac{1}{\omega R_N C_N} = \omega r_N C_N \quad (17)$$

$$\omega_{mr} = \frac{1}{C_N \sqrt{(r_n + r_k) R_N}} \quad (18)$$

Spełnienie warunku poprawności pomiaru stratności (14) wymaga jednocześnie spełnienia nierówności (19) w zakresie częstotliwości pomiarowych

$$\omega C_N (r_n + r_k) > \frac{1}{\omega R_N C_N} \quad (19)$$

Wtrącenie więc oporności  $r_k$  jest w stanie znacznie obniżyć częstotliwość ograniczającą zakres pomiarowy od dołu.

Brak tej oporności w urządzeniach pomiarowych o rozwiązaniu konwencjonalnym (produkowanych nawet przez znane firmy) jest powodem,

dla którego w dolnym zakresie częstotliwości akustycznych (np. 20–400 Hz) otrzymuje się błędne (zaniżone) wyniki pomiaru kąta stratności — włącznie do „odczytywania” ujemnych kątów stratności w przypadku badania kondensatorów o małych stratnościach np. styrofleksowych lub mikowych. Takiego wyriku pomiaru należy oczekiwać, jeśli uwzględnia się wzór (13) i charakter zmian  $\text{tg } \delta_N$ .

### 3. BŁĄD POMIARU POJEMNOŚCI ZA POMOCĄ MOSTKA Z KOMPENSACJĄ

Zgodnie ze wzorem (4) spełnienie warunku poprawności pomiaru małych stratności (14) wpływa w określony sposób na dokładność pomiaru pojemności  $C_x$ .

Po uwzględnieniu wzorców (13), (14) i podstawieniu do (4) otrzymamy po prostych przekształceniach:

$$C_x \cong C_{x0} \frac{1 - \omega R_s C_s \text{tg } \delta_x}{1 - \omega R_s C_s \text{tg } \delta_x + \omega R_D C_d (\text{tg } \delta_x - \text{tg } \delta_N)} \quad (20)$$

Wzór (20) będzie łatwiejszy do interpretacji i do określenia dopuszczalnego błędu pomiaru, jeśli rozpatrzy się następujące przypadki:

a) — pomiar elementów o bardzo małych kątach stratności, a więc przypadek  $\text{tg } \delta_x \approx 0$  i  $C_d \approx 0$

wówczas

$$C_x = C_{x0} \frac{1}{1 - \omega R_D C_{dp} \text{tg } \delta_N} \quad (21)$$

b) — pomiar elementów o dużych kątach stratności, czyli przypadek, gdy:  $C_{dp} \ll C_d$ ;  $C_d \approx C_D$ ;  $R_s C_s \ll R_D C_D$ ,

wówczas

$$C_x = C_{x0} \frac{1 - \omega R_s C_s \text{tg } \delta_x}{1 - \omega (R_s C_s - R_D C_d) \text{tg } \delta_x} \quad (22)$$

Wzory (20), (21), (22) nie są ściśle na skutek przyjęcia przybliżenia (8), jednak mają wystarczającą dokładność do określenia wartości błędu pomiaru. Dają one poza tym informację o konieczności dążenia do uzyskania możliwie małej pojemności początkowej  $C_{dp}$  oraz stosowania raczej dużych wartości pojemności niż oporności (w celu otrzymania odpowiedniego iloczynu  $R_D C_d$ ).

We wzorze (21) wyrażenie na  $\text{tg } \delta_N$  zawiera już w sobie wpływ oporności kompensacyjnej  $r_k$ , zgodnie ze wzorem (17). Pozwala więc on określić największą dopuszczalną wartość  $r_k$ , którą można jeszcze zastosować przy założeniu dopuszczalnej wartości błędu pomiaru pojemności i częstotliwości ograniczającej od góry zakres pomiarowy.

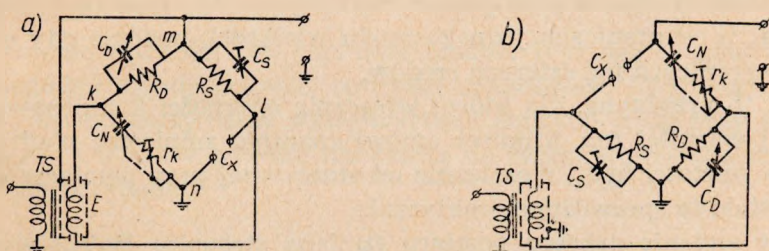
Ze względu na celowość rozszerzenia w górę pomiarowego zakresu częstotliwości należy stosować w mostku kondensator wzorcowy o możliwie małej stratności spowodowanej upływnością i stratami dielektrycznymi, z uwzględnieniem ewentualnych strat wnoszonych przez i na elementy układu (np. transformator symetryzujący), a dopiero potem wtrącać małą oporność kompensującą  $r_k$ .

#### 4. ZASTOSOWANIE PROPONOWANEJ ZASADY KOMPENSACJI W UKŁADACH PRAKTYCZNYCH

##### 4.1. Mostek z wzorcowym kondensatorem o zmiennej pojemności

Opisany sposób kompensacji błędu pomiaru kąta stratności jest najbardziej użyteczny w mostkach z kondensatorem wzorcowym o zmiennej pojemności. Mostki takie są bardzo wygodne w obsłudze, a ich układy przedstawiono na rys. 5.

W zależności od tego, czy jeden z zacisków badanego elementu pojemnościowego  $C_x$  może czy nie może być uziemiony, wytyera się jeden



Rys. 5. Układy mostka z kondensatorem wzorcowym o zmiennej pojemności

z układów podanych na rys. 5a i 5b. W mostkach tego typu stosuje się powietrzne kondensatory wzorcowe  $C_N$  o pojemności np. 100–1000 pF. Przyjmując np. za wystarczającą dokładność pomiaru równą 10% przy pomiarze  $\text{tg } \delta_x$ , o wartości rzędu  $10^{-4}$  przy częst. 20 Hz, musielibyśmy dysponować kondensatorem wzorcowym, który przy pojemności 100 pF miałby stabilną oporność zastępczą  $R_N$ , bocznikującą ten kondensator, równą  $10^7 \text{ M}\Omega$  (uwzględniając w tym upływność i straty dielektryczne). Oporność ta nie mogłaby się zmieniać przy zmianie wilgotności i ewentualnym niewielkim zapyleniu powierzchni izolatorów wsporczych.

W układzie z rys. 5a upływności wtórnego uzwojenia transformatora TS również wpływają na wynik pomiaru stratności. Wpływ ten daje się



zmniejszyć (zresztą w stopniu niewystarczającym) łącząc ekran uzwojenia  $E$  z punktem  $m$ . Uplywności uzwojeń są stosunkowo duże i zależą przede wszystkim od wilgotności powietrza oraz od hygroskopijności materiału izolacyjnego. Niestabilnych uplywności nie można jednak uwzględnić przy cechowaniu mostka. Stąd też wynika konieczność stosowania przekładek izolacyjnych (np. z taśmy styrofleksowej) oraz hermetyzacji transformatora symetryzującego.

W układzie z rysunku 5b izolacja transformatora symetryzującego  $TS$  nie wpływa na wynik pomiaru  $\operatorname{tg} \delta_x$ , ponieważ oporności  $R_s$  i  $R_D$  są stosunkowo małe. Pojemność własna uzwojenia tego transformatora zwiększa jednak zastępczą początkową pojemność kondensatora  $C_D$ , co dla zasady kompensacji ma podobny skutek (jak to wynika ze wzoru (13)).

Niestety, zastępczy kąt stratności kondensatora wzorcowego zmienia się, jak podaje wzór (7), nie tylko w zależności od pulsacji  $\omega$ , lecz również od  $C_N$ . Chcąc więc usunąć niepożądaną zależność od  $C_N$ , należy utrzymywać stałą wartość iloczynu  $r_k C_N$  — jak to wynika ze wzorów (17) i (19).

Warunek ten może być spełniony, jeśli opornik  $r_k$  będzie opornikiem potencjometrycznym, którego oś zostanie mechanicznie sprzężona z osią kondensatora wzorcowego  $C_N$ , jak podano na rys. 5.

Wypada jednak zwrócić uwagę na okoliczność, że pojemność kondensatora wzorcowego w praktycznie wykonywanych mostkach *Scheringa* zmienia się w granicach jednego rzędu wielkości, podczas gdy częstotliwość w granicach np. czterech rzędów.

Jest to przyczyną, dla której wtrącenie oporności kompensacyjnej  $r_k$  o stałej wartości (np. kilkuset omów) znacznie zmniejsza błąd pomiaru małych wartości  $\operatorname{tg} \delta_x$ , niezależnie od stosowanej przy pomiarze wartości  $C_N$ . Zostało to sprawdzone praktycznie.

Przy zmianie zakresu pomiaru (zmiana stosunku  $R_D/R_s$ ) wymagana jest zmiana pojemności  $C_s$ , podobnie zresztą jak w układach bez opornika kompensacyjnego  $r_k$ .

## 4.2. Mostek z wzorcowym kondensatorem o stałej pojemności

Rozwiązanie takie jest podane na rys. 6, przy czym układu z uziemionym punktem  $m$  zamiast  $n$  raczej nie stosuje się ze względu na trudności izolacji dekadowych oporników oraz kondensatorów  $R_s$  i  $C_D$ , jak również ze względu na ich duże pojemności rozproszone w stosunku do ziemi.

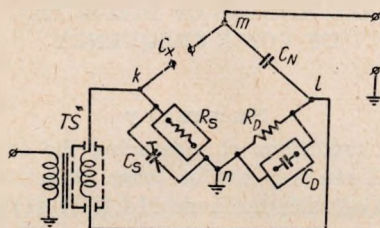
W układzie z rysunku 6 powinny być również spełniane warunki poprawności pomiaru kąta stratności, wynikające z zależności (14) i (19), które można zapisać jako:

$$r_k C_N = R_s C_s - R_D C_{dp} \quad (23)$$



Dla wyzerowania mostka konieczne jest teraz jednak uzyskanie zmiennego stosunku oporności  $R_D/R_s$ , jak tego wymaga przybliżona zależność (8).

Możą być tu, jak już wspomniano, zastosowane dekadowe oporniki i kondensatory, co pozwala na uzyskanie pomijalnie małej stałej czasowej



Rys. 6. Układ mostka z kondensatorem wzorcowym o stałej pojemności

wiej  $R_D C_{dp}$  w stosunku do  $R_s C_s$ . Warunek kompensacji błędu pomiaru stratności można w takim przypadku zapisać jako:

$$r_k C_N = R_s C_s = \text{const} \quad (24)$$

$$\text{dla } R_D C_{dp} \ll R_s C_s \quad \text{oraz} \quad \omega r_k C_N > \frac{1}{\omega R_N C_N}$$

Utrzymanie równości (24) jest dość trudne. Wymaga to bowiem mechanicznego sprzężenia pokręteł opornika dekadowego  $R_s$  z osią kondensatora  $C_s$  w celu utrzymania stałej wartości iloczynu  $R_s C_s$ , przy zmianie wartości  $R_s$ . Z tego też powodu nie zaleca się raczej stosowania kompensacji w tym przypadku.

#### WYKAZ LITERATURY

1. Jellonek A.: Możliwość pomiaru bardzo małych kątów stratności kondensatorów za pomocą mostka prądu zmiennego typu Scheringa. Rozpr. Elektrot. 1958, t. IV, z. 1.

C. Сичек

ИЗМЕРЕНИЕ МАЛЫХ УГЛОВ ПОТЕРЬ В ДИАПАЗОНЕ ЗВУКОВЫХ ЧАСТОТ

#### Резюме

Тема статьи заключается в рассмотрении условий измерения мостом Шеринга потерь и емкости конденсаторов, образцов материалов и других емкостных элементов в диапазоне звуковых частот. Из рассуждений вытекает возможность

модификации схемы моста путем подключения последовательно с эталонным конденсатором сопротивления, компенсирующего погрешность измерения малых значений потерь, выступающую в общепринятой схеме.

*S. Siczek*

#### MEASURING OF SMALL ANGLES OF DIELECTRIC LOSS IN A RANGE OF VOICE FREQUENCY

##### Summary

The paper deals with conditions of measuring the capacity and dielectric loss of the capacitors, material samples and of other capacitive elements by means of Schering bridge in a range of voice frequency.

From the discussion appears the possibility of modifying the bridge circuit by insertion of a resistor in series with a normal condenser. This resistor compensates the errors occurring in measurements of small dielectric loss angles by means of a conventional bridge circuit.

*S. Siczek*

#### LES MESURES DE PETITS ANGLES DE PERTES DIÉLECTRIQUES A FRÉQUENCE ACOUSTIQUE

##### Resumé

L'article traite des conditions de mesure du pont Schering au cours des mesures de la capacité et de pertes diélectriques des condensateurs, des échantillons de la matière et d'autres éléments de capacité à fréquence acoustique.

Il en résulte la possibilité de modification du pont de mesure au moyen d'insertion en série avec condensateur normal de la résistance, afin de compenser les écarts de mesure des petites valeurs de pertes, qui se manifestent au cours des mesures exécutées au moyen d'un pont de mesure conventionnel.

*S. Siczek*

#### MESSUNG DER KLEINEN VERLUSTWINKEL IM BEREICH DER TONFREQUENZEN

##### Zusammenfassung

Der Gegenstand des Artikels ist eine Betrachtung der Bedingungen der Messung von Verlustziffern und Kapazitäten der Kondensatoren, Stoffmuster und anderen kapazitiven Elementen mit der Scheringbrücke im Bereich der Tonfrequenzen.

Von den Erwägungen geht die Möglichkeit hervor, die Brückenschaltung so zu modifizieren, dass in Reihe mit dem Vergleichskondensator ein Widerstand kommt, welcher die bei Konventionalschaltung und bei Messung der kleinen Verlustwert-eintretenden Messfehler kompensiert.

654.154.4:621.335.722:519.2

SŁAWOJ WALASZEK

## ZASADY POBIERANIA PRÓBY DO ANALIZY STATYSTYCZNEJ JAKOŚCI USŁUG CENTRAL TELEFONICZNYCH

Rękopis dostarczono do Komitetu Redakcyjnego  
dnia 11. I. 1967 r.

Do analizy jakości usług central telefonicznych wprowadza się ostatnio metody statystyczne. W centrali telefonicznej pobiera się próbę w postaci pewnej ilości połączeń i na podstawie tej próby ocenia się jakość usług centrali.

Aby ocena była słuszna, w czasie pobierania próby należy spełnić szereg warunków.

W pracy rozważono kolejno czynniki, które wpływają na próbę, a w zakończeniu zestawiono wymagania, spełnienie których umożliwia uzyskanie próby reprezentacyjnej.

### 1. WPROWADZENIE

W ostatnich latach poglądy w dziedzinie metod konserwacji automatycznych central telefonicznych uległy znacznym zmianom. Szeroko stosowana poprzednio metoda profilaktyczna i jej odmiany są stopniowo zarzucane, a na ich miejsce wprowadza się metodę korektywną.

Ogólnie mówiąc metoda korektywna wychodzi z założenia, że nie należy prowadzić badań systematycznych i szukać usterek, jeżeli jakość usług centrali jest równa lub lepsza od jakości wymaganej. Dopiero wówczas, gdy stwierdzimy, że jakość ta obniżyła się poniżej wymaganego poziomu, należy rozpocząć badania systematyczne oraz usuwanie usterek i prowadzić je tak długo, aż jakość usług centrali będzie równa lub większa od jakości wymaganej [1], [4].

Miarą jakości usług centrali telefonicznej są współczynniki nazywane sprawnością użyteczną i sprawnością usługową. Sprawność użyteczną cen-



trali telefonicznej określa się jako stosunek ilości połączeń zakończonych rozmową do całkowitej ilości dokonanych połączeń. Różnica tych dwóch wielkości podaje połączenia stracone na skutek trafienia na abonenta zajętego, niezgłoszenie się abonenta wywoływanego, rezygnacji abonenta wywołującego, braku wolnych zespołów połączeniowych oraz wadliwie działających zespołów połączeniowych. Pierwsze trzy czynniki nie są zależne ani od stanu konserwacji, ani od sprawności usługowej centrali.

W dalszych rozważaniach będą rozpatrywane tylko dwie ostatnie przyczyny występowania straconych połączeń, gdyż na ich podstawie można dokonać oceny stanu technicznego centrali telefonicznej. Interesującą nas ilość straconych połączeń oznaczmy przez

$$C_b = C_s + C_u \quad (1)$$

gdzie:

$C_s$  — oznacza ilość straconych połączeń na skutek braku wolnych zespołów połączeniowych;

$C_u$  — oznacza ilość straconych połączeń z powodu uszkodzeń zespołów połączeniowych.

Wyszczególnicze wielkości podające bezwzględne ilości straconych połączeń można wyrazić za pomocą względnych wielkości, dzieląc je przez  $C_c$  — całkowitą ilość wykonanych połączeń. Wówczas otrzymamy

$$\frac{C_b}{C_c} = \frac{C_s}{C_c} + \frac{C_u}{C_c} \quad (2)$$

Powyższą zależność zapiszemy w następujący uproszczony sposób

$$W_T = B + C \quad (3)$$

gdzie  $W_T$  — współczynnik sprawności technicznej centrali telefonicznej. Wprowadzimy jeszcze jedną wielkość —  $\eta_T$ , którą będziemy nazywać sprawnością techniczną centrali telefonicznej:

$$\eta_T = 1 - W_T = 1 - (B + C) \quad (4)$$

Z powyższych rozważań wynika, że sprawność techniczna zależy od dwóch wielkości: od strat ruchu występujących na skutek braku zespołów połączeniowych ( $B$ ) oraz od strat na skutek uszkodzeń zespołów połączeniowych ( $C$ ). Straty  $B$  usuwamy przez zwiększenie ilości zespołów połączeniowych, a straty  $C$  przez naprawę uszkodzonych zespołów. Wielkość  $B$  jest oczywiście współczynnikiem strat ruchu telefonicznego stosowanym do oceny sprawności usługowej. Dla centrali kabinowych systemu 32 AB współczynnik  $B = 0,5-1\%$ , a wartość  $C$  w dobrze konserwowanej centrali powinna być mała i nie powinna przekraczać  $0,1\%$  [11]. Oczywiście gdy  $C = 0$ , to sprawność techniczna równa się sprawności usługowej.



Urządzenia rejestrujące wszystkie interesujące nas dane w całej centrali, tzn. wszystkie połączenia nie zakończone rozmową na skutek braku i uszkodzeń zespołów połączeniowych, byłyby duże i kosztowne. Dlatego do oceny ilości połączeń straccnych stosuje się metody statystyczne. Do oceny sprawności technicznej centrali można wykorzystywać szereg metod statystycznej kontroli jakości produkcji, gdyż centralę telefoniczną można uważać za fabrykę wytwarzającą połączenia telefoniczne. Należy zaznaczyć, że zasadniczym celem statystycznej analizy jakości pracy centrali telefonicznej jest stwierdzenie, czy aktualna sprawność techniczna centrali jest lepsza czy gorsza od sprawności wymaganej. Ewentualne oszacowanie rzeczywistej wartości sprawności technicznej jest zadaniem drugoplanowym.

Z istniejących metod można tutaj wykorzystać testy statystyczne, takie jak test z pojedynczym pobieraniem próby, test z podwójnym pobieraniem próby, test z wielokrotnym pobieraniem próby lub test sekwencyjny [8]. Zagadnienia dotyczące wyboru testu wykraczają poza ramy tej pracy. Można jedynie wspomnieć, że w praktycznych zastosowaniach wykorzystuje się najczęściej test sekwencyjny [2], [7], [9].

Do zbierania danych statystycznych opracowano urządzenia, zwane próbnikami dróg połączeniowych, które mogą wykonywać tzw. połączenia próbne\* i rejestrować sumę strat  $C_b^v = C_s^v + C_u^v$  [1], [3], [5].  $C_b^v = C_s^v + C_u^v$  oznacza straconą część połączeń próbnych. Obserwacja połączeń próbnych zamiast rzeczywistych jest podyktowana możliwością dokładniejszej analizy poszczególnych faz połączenia oraz prostotą urządzenia badaniowego. Stosowanie połączeń próbnych odpowiada przypadkowi, gdy kontrola jakości produkcji przemysłowej jest realizowana przez produkcję jednostek przeznaczonych wyłącznie do badania. Dokładność decyzji zależy wówczas od tego, jak dokładnie jednostki badaniowe opisują rzeczywiste. W przypadku centrali telefonicznej połączenia próbne w obrębie centrali nie różnią się od połączeń rzeczywistych. Aby połączenia wykonane przez próbnik stanowiły odpowiedni materiał do analizy statystycznej, muszą być wykonane według pewnego programu.

Praca ta stanowi próbę opracowania wymagań, jakie należy spełnić przy układaniu programu pobierania próby oraz w czasie wykonywania połączeń próbnych w centrali telefonicznej. Ponieważ w Polsce mamy najczęściej central telefonicznych systemu 32 AB, wszystkie przytoczone rozważania i przykłady odnoszą się do tych central. Wnioski mają jednak zastosowanie również do central innych systemów.

---

\*) Połączenia próbne są to połączenia wykonywane wyłącznie do oceny jakości usług centrali.

## 2. FODSTAWOWY WARUNEK REALIZOWANIA POŁĄCZEŃ PRÓBNYCH

Wszystkie wspomniane metody statystycznej kontroli jakości produkcji są oparte na metodzie reprezentacyjnej, czyli polegają na pobraniu próby z partii badanego towaru, i ocenie całej partii na podstawie tej próby. W centrali telefonicznej próbą będzie pewna ilość połączeń telefonicznych pobranych z wszystkich połączeń istniejących w danym przedziale czasu w centrali. Zbiór wszystkich połączeń stanowi populację generalną, natomiast pobrana próba stanowi populację próbną. O próbie, która dobrze charakteryzuje wszystkie interesujące nas własności populacji generalnej, powiemy, że jest próbą reprezentacyjną. Aby pobrana populacja próbna była próbą reprezentacyjną, należy podczas pobierania próby spełnić szereg warunków, wówczas decyzje podejmowane na podstawie próby będą słuszne również dla populacji generalnej.

W centrali telefonicznej pobieranie populacji próbnej polega na losowym tworzeniu dróg połączeniowych przez centralę, czyli jest schematem losowania ze zwracaniem, gdyż utworzona droga połączeniowa po rozłączeniu może być w sposób losowy utworzona powtórnie. Przy takim schemacie losowania ten sam element może pojawić się w próbie wielokrotnie. Otrzymaną w ten sposób próbę nazywamy próbą z powtórzeniami. Istnieje tutaj niebezpieczeństwo, że przy tendencyjnym pobraniu próby z powtórzeniami wynik nie będzie reprezentacyjny. Tendencyjne pobranie próby ma miejsce wówczas, gdy zaliczenie elementu populacji do próby jest zależne od wartości pewnej cechy tego elementu, mającej wpływ na cechę badaną. Wyjaśnimy to na przykładzie.

Przypuśćmy, że pobieramy próby z dwóch grup 200-numerowych w centrali telefonicznej systemu 32 AB. Oznaczmy te grupy symbolami  $k$  i  $k + 1$ . Założymy, że w grupie  $k$  pierwsze wyjście pewnego poziomu WG I ma dostęp do uszkodzonego zespołu WG II. Pozostałe 19 wyjść ma dostęp do sprawnych zespołów WG II. W grupie  $k + 1$  wszystkie wyjścia z tego samego poziomu WG I mają dostęp do dobrych zespołów WG II. Próby pobieramy w obu grupach tylko na jednym, wspomnianym poziomie. Wadliwością danej grupy będziemy nazywać stosunek ilości zespołów uszkodzonych do całkowitej ilości zespołów dostępnych z danej grupy na danym poziomie. W grupie  $k$  wadliwość wynosi więc  $A_k = 0,05$ ; natomiast w grupie  $k + 1$  wadliwość  $A_{k+1} = 0$ . Dla obu grup łącznie wadliwość wynosi  $A_c = 0,025$ . Dodatkowo założymy, że próby pobieramy w godzinach małego ruchu. Wykonujemy najpierw  $n$  połączeń próbnych z grupy  $k$  do pozostałych grup centrali, a następnie  $n$  połączeń z grupy  $k + 1$ .

Ckazuje się, że w takich warunkach, gdy pierwsze indywidualne wyjścia danego wielokrotcia jednostkowego wchodzące w skład wielokrotcia



stopniowanego są dołączone do uszkodzonych zespołów, znaczna ilość połączeń wychodzących z grupy  $k$  będzie nieudana oraz szansę wejścia do próby będą miały tylko zespoły dołączone do pierwszych wyjść wielokrocza.

Przeprowadzone pomiary w tych warunkach pozwalają stwierdzić, że częstość nieudanych połączeń (błędów) dla grupy  $k$  jest znaczna i wynosi  $B_k = 0,2$  lub więcej\*), zależnie od wielkości ruchu. Oczywiście  $B_{k+1} = 0$ . Przyjmujemy, że dla pewnej wartości ruchu otrzymaliśmy np.  $B_k = 0,3$  i  $B_{k+1} = 0$ . Dla obu grup łącznie pomierzona częstość nieudanych połączeń wynosi  $P_c = 0,15$ . Stwierdzamy dużą rozbieżność pomiędzy rzeczywistą wadliwością zespołów i pomierzoną częstością połączeń nieudanych.

Z przykładu tego wynika, że próba pobrana z pewnej grupy abonenckiej przy małym natężeniu ruchu podaje tylko stan kilku pierwszych wyjść wielokrocza. Gdy zdarzy się uszkodzenie jednego lub kilku zespołów dołączonych do tych wyjść, próba wykaże bardzo dużą częstość błędów. Pobrana próba jest więc wyraźnie tendencyjna i nie może stanowić podstawy do analizy statystycznej, mającej na celu ocenę jakości usług całej centrali.

Aby nasza populacja próbna dobrze reprezentowała populację generalną, każde połączenie ze zbioru wszystkich możliwych połączeń musi mieć jednakowe prawdopodobieństwo wejścia do populacji próbnej. Ponieważ każde zestawiczne połączenie składa się z pewnej ilości połączonych szeregowo zespołów połączeniowych, powinniśmy dążyć do zastosowania takiej metody pobierania próby, by każdy zespół połączeniowy miał jednakową szansę wejścia do połączeń stanowiących próbę. Jeżeli natężenie ruchu telefonicznego wzrasta od wartości najmniejszej do wartości największej w GNR, kolejno wchodzi do pracy coraz to więcej organów połączeniowych. Np. przy danej chwilowej wartości natężenia ruchu  $A_{t1}$  jest zajętych  $n_1$  sygnałów WG pewnego stopnia łączenia. Gdy natężenie ruchu wzrośnie do wartości chwilowej  $A_{t2}$ , czyli gdy jest spełniony warunek  $A_{t2} > A_{t1}$ , pracuje  $n_2$  zespołów połączeniowych, przy czym  $n_2 > n_1$  itd. W GNR pracują prawie wszystkie zespoły rozpatrywanego stopnia łączenia. Oczywiście obraz ten jest uproszczony, gdyż nie uwzględnia chwilowych fluktuacji natężenia ruchu; ale wynika z niego jasno, że jeżeli będziemy pobierać próbę w czasie małego natężenia ruchu, do próby wejdą tylko zespoły połączeniowe dołączone do pierwszych wyjść wielokrocza, czyli dla różnych zespołów prawdopodobieństwo wejścia do próby będzie różne. Natomiast jeżeli próbę będziemy pobierać w godzinach duże-

\*) Częstość nieudanych połączeń  $B_k$  jest to stosunek nieudanych połączeń do całkowitej ilości wykonanych połączeń w grupie  $k$ .

go natężenia ruchu, prawdopodobieństwo wejścia do próby prawie każdego zespołu łączeniowego będzie w przybliżeniu równe.

Z podanych rozważań można sformułować następujący wniosek ogólny: połączenia próbkne należy wykonywać w godzinach dużego natężenia ruchu.

### 3. LOSOWA POPULACJA POŁĄCZEŃ PRÓBNYCH

O metodach przeprowadzania doświadczenia dającego w wyniku próbę losową traktuje odrębny dział statystyki, zwany planowaniem doświadczeń [10]. W przypadku centrali telefonicznej omawiane zagadnienie ma pewne cechy specjalne wynikające ze struktury badanego układu, co wprowadza pewne założenia a priori, np. wynikające ze stałego dołączenia numerów próbknych. Każde takie założenie a priori może być źródłem tendencyjności, dlatego należy je bardzo troskliwie przeanalizować.

Jak wspomniano, aby próba była losowa, wymagane jest, by każdy element populacji generalnej miał jednakową szansę wejścia do próby. Taki warunek w centrali telefonicznej, w czasie zestawiania jednego połączenia nie może być spełniony, gdyż wybierany numer ogranicza ilość dostępnych zespołów połączeniowych. Np. w centrali systemu 32 AB ilość dostępnych zespołów dla jednego połączenia na każdym stopniu łączenia wynosi najwyżej 20, gdyż taka jest dostępność wybieraków (z wyjątkiem stopnia SL, gdzie ilość zespołów może być większa). Natomiast ilość zespołów w całej centrali na danym stopniu łączenia może wynosić setki.

Warunek powyższy można jednak spełnić dla większej ilości połączeń próbknych tak zaprogramowanych, że w czasie wykonywania połączeń próbknych stanowiących pewien cykl wszystkie zespoły centrali będą miały jednakową szansę znaleźć się w próbce. Należy wówczas zawsze wykonać pełny cykl połączeń, gdyż część cyklu nie stanowi materiału statystycznego.

Fraktycznie ustalamy taki cykl połączeń, w którym zostaną wykonane połączenia próbkne od każdej grupy abonenckiej do każdej grupy abonenckiej. W tym celu do próbnika dróg łączeniowych należy dołączyć numery próbkne z każdej grupy abonenckiej objętej badaniem. Ilość numerów próbknych dołączonych do próbnika wynosi jeden lub dwa numery. Np. w centralach biegowych systemu Strowgera z każdej grupy abonenckiej 200 NN dołączamy do próbnika dwa numery próbkne, z których jeden oznacza się symbolem A, a drugi symbolem B. Praca próbnika polega na automatycznym dokonywaniu połączeń od każdego numeru A do każdego numeru B badanej centrali. Jeżeli do próbnika dołączymy  $a$  numerów A i  $b$  numerów B, wówczas pełny cykl pracy próbnika wynosi  $ab$  po-



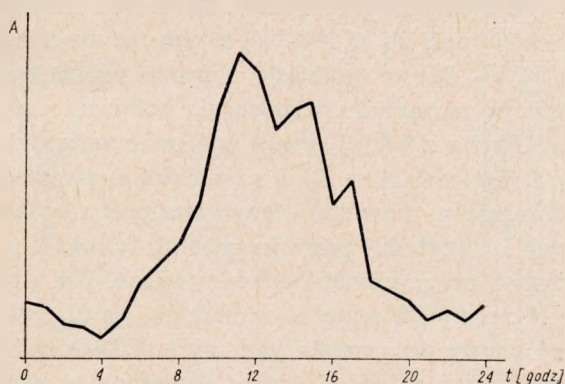
łączeń. Próbnik rejestruje ilość połączeń próbnych  $C_c^v$  oraz ilość połączeń nieudanych  $C_b^v$  z podziałem na  $C_s^v$  i  $C_u^v$ .

Jeden cykl połączeń na ogół nie jest wystarczający do wydania decyzji co do sprawności technicznej centrali i praktycznie dla zebrania odpowiedniego materiału statystycznego wykonuje się kilka cykli połączeń w ciągu kilku kolejnych dni.

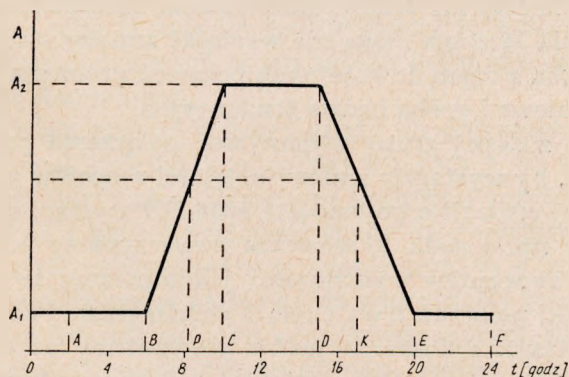
#### 4. OKREŚLENIE CZĘSTOTLIWOŚCI WYKONYWANIA POŁĄCZEŃ PRÓBNYCH

##### 4.1. Warunki pobierania próby

Na rysunku 1 podano wykres średnich zmian natężenia ruchu w ciągu doby dla pewnej grupy abonentów, a na rys. 2 podano uproszczony wykres



Rys. 1. Średnie zmiany natężenia ruchu w ciągu doby dla przykładowej grupy abonentów



Rys. 2. Idealizowany wykres średnich zmian natężenia ruchu w ciągu doby dla przykładowej grupy abonentów

kres tego samego przebiegu. Załóżmy, że wykonujemy połączenia próbne z grupy  $k$  do pozostałych grup. Jeżeli wykorzystujemy te połączenia w czasie  $A-B$  lub  $E-F$  (rys. 2), do próby mogą wejść tylko zespoły połączeniowe zaangażowane do ułatwienia ruchu o natężeniu  $A_1$ . Próba jest więc wyraźnie tendencyjna i nie może stanowić podstawy do wydania statystycznej oceny jakości usług centrali. Jeżeli próbę będziemy pobierać w czasie  $C-D$ , prawie wszystkie organy połączeniowe będą mieć szansę wejścia do próby i taka próba będzie reprezentacyjna. Należy więc próbę pobierać w każdej grupie w czasie  $C-D$  z wszystkich połączeń istniejących w centrali.

Praktycznie taki sposób pobierania próby nie może być jednak zastosowany, gdyż czas  $C-D$  w różnych grupach jest nieco przesunięty oraz dokonujemy połączeń próbnych z określonych numerów. Dlatego musimy założyć, że połączenia próbne rozpoczynamy, gdy w centrali daje się zauważyć wyraźny wzrost natężenia ruchu. Wówczas natężenie ruchu  $A$  w różnych grupach wynosi  $A_1 \leq A \leq A_2$  z tym, że większość grup spełnia warunek  $A_1 < A < A_2$ . Mimo ogólnego wzrostu ruchu mogą być jeszcze pewne grupy, które w momencie rozpoczęcia połączeń próbnych spełniają warunek  $A = A_1$ . Gdyby z takiej grupy wykonać wszystkie połączenia do pozostałych grup i warunek  $A = A_2$  w czasie dokonywania połączeń próbnych nie został osiągnięty, wówczas otrzymana próba byłaby tendencyjna. W tych warunkach im szybciej pracuje próbnik (około 2 połączenia próbne na minutę), tym tendencyjność będzie większa. Np. dla centrali o pojemności 5000 NN mamy 25 grup abonenckich, czyli czas wykonania 25 połączeń z jednej grupy do pozostałych wynosi  $25 \times 0,5 = 12,5$  minuty. Ponadto, gdyby wykonać z jednej grupy abonenckiej wszystkie połączenia próbne kolejno, to porównań połączenia próbne realizowane przez próbnik trwają krócej niż średni czas trwania rzeczywistego połączenia, na danym stopniu łączenia mogą nie wystąpić zmiany stanu zajętości zespołów, w związku z czym do kolejnych połączeń próbnych wejdą te same zespoły połączeniowe i próba będzie tendencyjna.

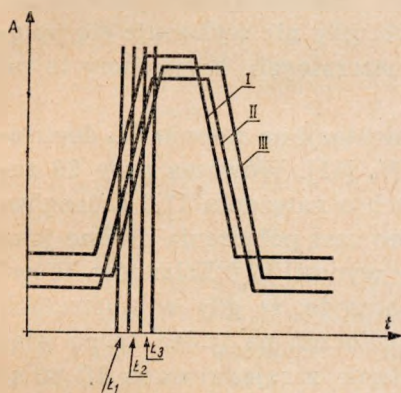
Należy więc z danej grupy wykonywać połączenia próbne w takich odstępach czasu, by wystąpiły zmiany zajętości zespołów połączeniowych. Jeżeli w badanej centrali o pojemności 5000 NN wystąpi wyraźny wzrost natężenia ruchu np. o godz. 9, wówczas rozpoczynamy pobieranie próby i z danej grupy abonentów wykonujemy jedno połączenie co 12,5 minuty. Wtedy pełny cykl połączeń trwa około 5 godzin ( $12,5 \times 25$  grup abonenckich = 312,5 minut). Pobieranie próby prowadzimy aż do zakończenia pełnego cyklu połączeń (o ile natężenie ruchu nie ulegnie wyraźnemu zmniejszeniu, gdyż wówczas należy przerwać pobieranie próby, by uniknąć tendencyjności). Próbnik powinien być jednak tak skonstruowany lub badaniem należy objąć taką część centrali, by w godzinach dużego na-

tężenia ruchu można było wykonać pełny cykl połączeń. Jak wspomniano poprzednio, wyniki połączeń niepełnego cyklu nie mają wartości statystycznej.

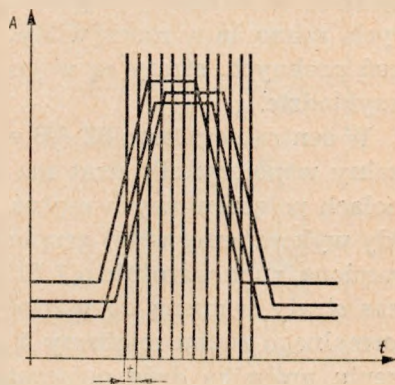
#### 4.2. Połączenia próbne skupione i rozrzucone

Wprowadzimy teraz pojęcia połączeń próbnych skupionych i rozrzuconych.

W poszczególnych grupach abonenckich godziny największego ruchu (GNR) są przesunięte względem siebie. Na rys. 3 podano idealizowany wykres natężenia ruchu dla trzech grup abonenckich. Jeżeli w grupie I połączenia próbne do pozostałych grup są wykonywane kolejno jedno za drugim, to wszystkie połączenia próbne z tej grupy zostaną wykonane



Rys. 3. Połączenia próbne skupione



Rys. 4. Połączenia próbne rozrzucone

w czasie  $t_1$ . Dla grupy II czas ten będzie równy  $t_2$ , a dla grupy III —  $t_3$ . Połączenia próbne realizowane w ten sposób będziemy nazywać połączeniami próbnymi skupionymi.

Jeżeli połączenia próbne z danej grupy do pozostałych grup nie będziemy wykonywać kolejno lecz co pewien czas  $t$ , to takie połączenia próbne będziemy nazywać połączeniami próbnymi rozrzuconymi (rys. 4). Połączenia próbne z każdej następnej grupy do pozostałych grup są wykonywane w czasie przesuniętym w prawo (rys. 4) o czas trwania jednego połączenia próbnego w stosunku do poprzedniej grupy (np. o 30 sekund, jeżeli czas trwania połączenia próbnego wynosi 30 sekund).

Gdybyśmy chcieli realizować połączenia próbne jako skupione, ze względu na przesunięcie GNR w poszczególnych grupach, należałoby zastosować losowanie kolejności grup w każdym cyklu połączeń. Ponieważ jednak względy podane w rozdz. 4.3 i 4.4 wykluczają możliwość stosowania połączeń próbnych skupionych, nie będziemy omawiać zagadnień do-



tyczących losowania kolejności grup. Przy stosowaniu połączeń próbnych rozrzuconych losowanie nie jest potrzebne.

### 4.3. Wpływ natężenia ruchu wytworzonego przez połączenia próbne na częstotliwość połączeń próbnych

Należy tutaj wyjaśnić szerzej konieczność wykonywania połączeń próbnych z jednej grupy abonenckiej w pewnych odstępach czasu. Oczywiście rozważania te dotyczą również połączeń próbnych do danej grupy abonenckiej. Gdy połączenia próbne z danej grupy (lub do danej grupy) będą wykonywane jako skupione, w czasie wykonywania połączeń w GNR w grupie tej wystąpi chwilowy wzrost natężenia ruchu o 1 Erlang. Taki wzrost ruchu może spowodować poważne zwiększenie strat, czyli zwiększenie ilości straconych połączeń na skutek braku zespołów połączeniowych, mimo że w rzeczywistych warunkach, gdy nie wykonuje się połączeń próbnych, straty są w granicach dopuszczalnych. Wyjaśnimy to na przykładzie.

W centrali systemu 32 AB w czasie eksploatacji na stopniu SL dopuszczalny współczynnik strat ma wartość 0,5% [11]. Wówczas przy 20 zespołach połączeniowych można załadować ruch o natężeniu 11,0 Erlangów. Gdy wykonujemy w tej grupie przez pewien czas połączenia próbne jako skupione, ruch wzrośnie o 1 Erlang i będzie wynosił 12,0 Erlangów. Wówczas straty wzrosną do wartości 1%. Oznacza to, że gdy w warunkach normalnego ruchu mieliśmy 5 straconych połączeń na tysiąc, to po włączeniu próbnika dróg połączeniowych zostanie zarejestrowane 10 połączeń straconych na tysiąc, czyli wzrost połączeń straconych o 100%. Zniekształca to poważnie obraz pracy centrali i może doprowadzić do błędnej decyzji. Jeżeli natomiast połączenia próbne będziemy wykonywać jako rozrzucone, to wzrost natężenia ruchu wytworzony przez połączenia próbne w poszczególnych godzinach będzie niewielki i straty mogą się mieścić w dopuszczalnych granicach. Z analizy tablic Palma (tabl. 1) wynika, że ten warunek będzie spełniony, jeżeli wzrost natężenia ruchu spowodowany przez połączenia próbne nie będzie większy niż 0,1 Erlanga dla wiązek łączy lub grup zespołów większych lub równych 10. Dla wiązek i grup mniejszych od 10 dopuszczalne natężenie ruchu próbnego powinno być jeszcze mniejsze. Stąd wynika, że jeżeli połączenie próbne trwa około 30 sekund, to największa ilość tych połączeń, które można zrealizować w ciągu godziny wynosi 12, czyli odstępy między połączeniami próbnymi  $t_p$  nie mogą być mniejsze niż 5 minut, co zapiszemy:

$$t_p \geq 5 \text{ minut} \quad (5)$$

Podobny wynik można otrzymać przyjmując, że jeden zespół połączeniowy będzie stale zajęty w czasie realizowania połączeń próbnych.

Tablica 1

Wyciąg z tablic Palma podający wartości  $B$  około 0,5% oraz wzrost  $B$  przy zwiększeniu natężenia ruchu  $A$  o 1 Erl i o 0,1 Erl

$n = 5$		$n = 10$		$n = 15$	
$A$	$B\%$	$A$	$B\%$	$A$	$B\%$
1,1	0,4472	3,9	0,4552	7,3	0,4619
2,1	4,2547	4,9	1,6372	8,3	1,2738
1,2	0,6255	4,0	0,5308	7,4	0,5128
1,3	0,8451	4,4	0,9254	8,1	0,9931
2,3	5,5437	5,4	2,6876	9,1	2,1262
1,4	1,1088	4,5	1,0494	8,2	1,0813
$n = 20$		$n = 25$		$n = 30$	
$A$	$B\%$	$A$	$B\%$	$A$	$B\%$
11,0	0,6640	14,9	0,683	19,0	0,4902
12,0	0,9796	15,9	0,8797	20,0	0,8457
11,1	0,5034	15,0	0,5011	19,1	0,5195
12,0	0,9796	16,1	0,9863	20,0	0,8457
13,0	1,8110	17,1	1,6582	21,0	1,3594
12,1	1,0474	16,2	1,0429	20,5	1,0812
<p><math>n</math> = ilość łączy (zespołów),  <math>A</math> = natężenie ruchu telefonicznego,  <math>B</math> = współczynnik strat.</p>					

#### 4.4. Wpływ zmiany stanu zajętości zespołów na częstotliwość połączeń próbnych

Rozważymy teraz to samo zagadnienie z punktu widzenia zmiany stanu zajętości zespołów jako warunku losowego pokierania próby. Wykorzystamy wzór na prawdopodobieństwo, że dowolne połączenie  $k$  będzie trwało krócej niż  $u \cdot t_m$ . Wzór ten ma postać [6]:

$$P(t_k < u \cdot t_m) = 1 - e^{-u} \quad (6)$$

gdzie:

$t_k$  — czas trwania połączenia  $k$ ,

$t_m$  — średni czas trwania połączenia,

$u$  — parametr mogący przybierać dowolne wartości w granicach od zera do nieskończoności.

Prawdopodobieństwo, że połączenie będzie trwało krócej niż  $t_m$  wynosi

$$P(t < t_m) = 1 - e^{-1} = 1 - 0,368 = 0,632$$

Cznacza to, że na każde 10 połączeń około 6 połączeń będzie trwało krócej niż średni czas trwania połączenia ( $t_m$ ). Czyli na każde 10 połączeń średnio w 6 przypadkach nastąpi zmiana stanu zajętości zespołów, tzn. co najmniej jedno połączenie zwolni się. Natomiast w 4 przypadkach zmiana stanu nie nastąpi i przy następnym połączeniu próbnym jest duże prawdopodobieństwo uzyskania połączenia z tym samym zespołem połączeniowym, co prowadzi do tendencyjnej próby. Aby spełnić wymagania próby reprezentacyjnej, tzn. by przy następnym połączeniu próbnym uzyskać duże prawdopodobieństwo wzięcia do pracy następnego zespołu połączeniowego w sposób losowy, postawimy wymaganie, że prawdopodobieństwo zwolnienia każdego z zespołów połączeniowych powinno wynosić nie mniej niż 0,9. Obliczymy teraz wartość współczynnika  $u$  ze wzoru (6) dla tej wartości prawdopodobieństwa.

$$P(t_k < ut_m) = 1 - e^{-u} = 0,9$$

Po przeliczeniu otrzymamy:

$$u = \ln 10 = 2,3$$

Otrzymany wynik oznacza, że jeżeli połączenia próbne będziemy wykonywać w odstępach czasu  $2,3 \cdot t_m$ , to na 10 połączeń w dziewięciu przypadkach połączenie zwolni się w czasie między kolejnymi połączeniami próbnymi. Praktycznie można przyjąć, że odstępy czasu pomiędzy kolejnymi połączeniami próbnymi powinny wynosić co najmniej  $3 t_m$ , co zapiszemy:

$$t_p \geq 3 t_m \quad (7)$$

Porównując oba wyprowadzone warunki (5) i (7) na odstępy między poszczególnymi połączeniami próbnymi, przyjmujemy praktycznie warunek mocniejszy, tzn. większy  $t_p$  z obu warunków.

Możemy teraz sformułować następny wniosek ogólny wynikający z dotychczasowych rozważań: jeżeli badanie obejmuje pewną ilość grup abonenckich, połączenia próbne z danej grupy oraz do danej grupy abonenckiej należy wykonywać jako rozrzucone w odstępach czasu określonych warunkami (5) i (7).



## 5. USTALENIE PROGRAMU FOLEJNOŚCI POŁĄCZEŃ PRÓBNYCH

Na rysunku 2 okres *P-K* oznacza dopuszczalny czas pobierania próby. W tym czasie możemy wykonywać połączenia próbne (dla przykładu podanego w poprzednim rozdz. co 12,5 minuty). Przerwy 12,5-minutowe między kolejnymi połączeniami próbnymi z danej grupy wykorzystuje się do wykonania połączeń z innych grup.

Dla przykładu ułożymy program połączeń próbnych spełniający wymagania dla centrali systemu 32 AB składającej się z sześciu grup 200 NN oznaczonych cyframi 1, 2, ..., 6. Zakładamy, że z każdej grupy dołączamy do próbnika dwa numery próbne A i B. Symbol A1 oznaczać będzie numer próbny A z grupy pierwszej, symbol B3 oznaczać będzie numer próbny B z grupy trzeciej itd. Program kolejności wykonywanych połączeń dla tej centrali podano w tabl. 2. Pełny cykl wynosi tutaj 36 połączeń. W tabl. 3 podany jest inny program pobierania próby.

Jako przykład niewłaściwego programu dającego próbę tendencyjną można podać program zakładający, że z pierwszego numeru A wykonujemy kolejno połączenia do wszystkich numerów B, następnie zmieniamy numer A i znów wykonyjemy połączenia do wszystkich numerów B itd. Drugim przykładem niewłaściwego programu może być program oparty na założeniu odwrotnym, tzn. kolejno z wszystkich numerów A wykonujemy połączenia do jednego numeru B, następnie zmieniamy numer B i znowu kolejno z wszystkich numerów A wykonyjemy do niego połączenia próbne itd. W obu tych przypadkach zastosowano połączenia próbne skupione.

Tablica 2

**Przykład 1. Program połączeń próbnych dla centrali 32 AB o pojemności 1200 NN**

Połączenie		Połączenie		Połączenie		Połączenie		Połączenie		Połączenie	
Nr	NA-NB	Nr	NA-NB	Nr	NA-NB	Nr	NA-NB	Nr	NA-NB	Nr	NA-NB
1	A1 B1	7	A1 B2	13	A1 B3	19	A1 B4	25	A1 B5	31	A1 B6
2	A2 B2	8	A2 B3	14	A2 B4	20	A2 B5	26	A2 B6	32	A2 B1
3	A3 B3	9	A3 B4	15	A3 B5	21	A3 B6	27	A3 B1	33	A3 B2
4	A4 B4	10	A4 B5	16	A4 B6	22	A4 B1	28	A4 B2	34	A4 B3
5	A5 B5	11	A5 B6	17	A5 B1	23	A5 B2	29	A5 B3	35	A5 B4
6	A6 B6	12	A6 B1	18	A6 B2	24	A6 B3	30	A6 B4	36	A6 B5

T a b l i c a 3

**Przykład 2. Program połączeń próbnych dla centrali 32 AB o pojemności 1200 NN**

Połączenie		Połączenie		Połączenie		Połączenie		Połączenie		Połączenie	
Nr	NA-NB	Nr	NA-NB	Nr	NA-NB	Nr	NA-NB	Nr	NA-NB	Nr	NA-NB
1	A1 B1	6	A1 B6	11	A1 B5	16	A1 B4	21	A1 B3	26	A1 B2
2	A2 B2	7	A2 B1	12	A2 B6	17	A2 B5	22	A2 B4	27	A2 B3
3	A3 B3	8	A3 B2	13	A3 B1	18	A3 B6	23	A3 B5	28	A3 B4
4	A4 B4	9	A4 B3	14	A4 B2	19	A4 B1	24	A4 B6	29	A4 B5
5	A5 B5	10	A5 B4	15	A5 B3	20	A5 B2	25	A5 B1	30	A5 B6

Kolejny wniosek możemy sformułować następująco: program badań należy tak ustalić, by w kolejnych połączeniach próbnych równocześnie zmieniać cykliczne numery próbne A i B.

## 6. ANALIZA NUMERACJI NUMERÓW PRÓBNYCH

Pcnieważ z każdej grupy abonentów objętej badaniem inicjujemy połączenie próbne i dochodzimy do każdej grupy abonentów, wobec tego w centrali systemu 32 AB mamy zapewniony losowy dostęp do każdego zespołu SL-WG I oraz WL.

Jeżeli mamy centralę telefoniczną o numeracji sześciocyfrowej, której numerację oznaczmy umownie XYMNFR, możemy rozważyć poszczególne elementy numeru z punktu widzenia ich wpływu na losowość próby. Pcnieważ pojemność central na ogół nie przekracza 10 000 NN, część numeru oznaczona XY stanowi człon kierunkowy numeru umożliwiający współpracę kilku central i dlatego człon ten jest stały dla wszystkich numerów próbnych. Przy takim założeniu i wybieraniu numerów próbnych z każdej grupy 200 NN centrali, wszystkie zespoły WG I są objęte badaniem, a z zespołów WG II te, które ułatwiają ruch danego kierunku.

Człon FR numeru można dla numerów próbnych również przyjąć stały, np. ustalić końcówkę 90 dla wszystkich numerów próbnych.

Pozostał człon MN. Powstaje pytanie, jakie wartości powinien przyjmować ten człon w wybieranych kolejno numerach badaniowych, aby pobrana próba była reprezentacyjna. Cyfra M oznacza poszczególne tysiące numerów, a cyfra N setki numerów w danym tysiącu. Założmy, że w kilku kolejno wybieranych numerach próbnych cyfra M nie ulegnie zmianie. Przy dużym natężeniu ruchu z wielokrotia stopniowanego są do-

stępre zespoły wspólne dla kilku wielokroci jednostkowych. Wobec tego, jeżeli połączenia próbkne następują szybko po sobie i jeżeli dotyczą jednego tysiąca, istnieje większe prawdopodobieństwo zajmowania tych samych zespołów. Aby uniknąć takiej możliwości, należy przyjąć zasadę, że cyfra M w kolejnych numerach próbnych powinna się zmieniać. Oznacza to, że jeżeli w centrali o pojemności 5000 NN mamy cyfry  $M = 1, 2, \dots, 5$ , to cyfry te powinny zmieniać się cyklicznie.

Ponieważ zmiana cyfry M powoduje kolejno dostęp do różnych grup N, wobec tego cyfra N może być dowolna i zależy jedynie od numeracji numerów próbnych.

Reasumując ustalimy następujące wymagania dotyczące numeracji numerów próbnych. Człcn kierunkowy oraz dwie ostatnie cyfry numeru przyjmujemy jako stałe dla wszystkich numerów próbnych; cyfrę oznaczającą tysiące zmieniamy cyklicznie w kolejnych połączeniach próbnych; cyfra oznaczająca setkę danego tysiąca jest dowolna, zależna jedynie od numeracji numerów próbnych.

## 7. WNIOSKI

Z przeprowadzonej analizy wynika, że aby w centrali telefonicznej pobrać próbę połączeń reprezentacyjną dla wszystkich połączeń, należy:

a) przeprowadzać pobieranie próby w godzinach dużego natężenia ruchu telefonicznego;

b) pełny cykl połączeń należy zakończyć w godzinach dużego natężenia ruchu;

c) połączenia próbne z danej grupy oraz do danej grupy abonenckiej należy wykonywać w pewnych odstępach czasu;

d) w programie badania należy przewidzieć wykonanie połączeń próbnych od każdej grupy abonenckiej do każdej grupy abonenckiej centrali, tzn. do próbnika dróg połączeniowych powinny być dołączone numery próbne (jeden lub dwa) z każdej grupy abonenckiej;

e) program badań należy tak ustalić, by w kolejnych połączeniach próbnych równocześnie zmieniać cyklicznie numery próbne A i B;

f) dla wszystkich numerów próbnych przyjmujemy człon kierunkowy i dwie ostatnie cyfry numeru stałe; cyfrę oznaczającą tysiące zmieniamy cyklicznie w kolejnych połączeniach próbnych; cyfra oznaczająca setkę danego tysiąca jest dowolna i zależy jedynie od numeracji numerów próbnych;

g) należy oddzielnie rejestrować sumę wykonanych połączeń próbnych ( $C_c^v$ ), ilość połączeń nieudanych z powodu braku zespołów połącze-



niowych ( $C_y^v$ ) oraz ilość połączeń nieudanych z powodu uszkodzeń zespołów połączeniowych ( $C_u^v$ );

h) ilość cykli połączeń próbnych, jakie należy wykonać w ciągu kilku kolejnych dni, zależy od przyjętej metody analizy statystycznej.

Próba pobrana zgodnie z podanymi zasadami będzie stanowić materiał do analizy statystycznej i pozwoli oceniać sprawność techniczną centrali.

#### WYKAZ LITERATURY

1. *Hansson K. G.*: The Traffic Route Tester — a New Tool for Service Observation at Automatic Telephone Exchanges. Ericsson Review 4/55.
2. *Eldin A., Lind G.*: Statistical Methods for Supervision of Telephone Exchanges and Networks, Ericsson Technics 1/56.
3. *Sloane J.*: Artificial Traffic Equipment. ATE Journal 4/57.
4. *Kibort J., Trechciński J.*: Przegląd metod konserwacji automatycznych central telefonicznych. Prace Instytutu Łączności 2/61.
5. *Stankiewicz A.*: Automatyczny próbnik dróg połączeniowych. Instrukcja techniczna TS-138. Instytut Łączności, Warszawa 1963.
6. *Kuhn S.*: Zagadnienia ruchowe w telefonii automatycznej. PWN, Warszawa 1957.
7. *Wald A.*: Sequential Analysis. New York 1947.
8. *Bowker A. H., Lieberman G. J.*: Engineering statistics. New York 1959.
9. *Fisz M.*: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. Warszawa 1958.
10. *Cochran W. G., Cox G. M.*: Experimental Design. New York 1957.
11. Instrukcja Techniczna Nr T3-128. Przepisy gospodarki ruchowej w automatycznych centralach telefonicznych. IŁ. 1962.

C. Валяшек

#### ПРИНЦИПЫ ВЗИМАНИЯ ПРОБЫ ДЛЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА КАЧЕСТВА РАБОТЫ АТС

#### Резюме

Для анализа качества работы АТС вводят в последнее время статистические методы. В АТС взимают пробы в виде проверки некоторого числа соединений и на основании результатов этой пробы оценивают качество работы АТС.

Чтобы оценка была правильной, надо во время взимания пробы выполнить ряд условий.

В труде рассмотрены поочередно факторы, которые влияют на пробы. Учтено влияние повышения интенсивности трафика в итоге пробных соединений, а также указаны достоинства применения рассеянных пробных соединений. В выводах сведены рассмотренные требования, выполнение которых дает возможность получить репрезентативную пробу.

S. Walaszek

## THE PRINCIPLES OF SAMPLING PERFORMANCE FOR THE STATISTICAL ANALYSIS OF THE QUALITY OF TELEPHONE EXCHANGE SERVICES

### Summary

To the quality analysis of telephone exchange services statistical methods are recently introduced.

In a telephone exchange sampling is performed by checking of a number of calls and on the grounds of this sample the quality of exchange service is estimated.

In order the estimation should be right, a number of conditions must be fulfilled while sampling.

In this paper factors exerting an influence upon the sample are successively discussed. An effect on the increasing traffic caused by test calls has been taken into account; thereafter the advantages of dispersed test calls have been presented.

In the final conclusions the conditions have been presented which must be fulfilled, if the sample should be a representative one.

S. Walaszek

## LES PRINCIPES DE L'ÉCHANTILLONNAGE AFIN D'EFFECTUER UNE ANALYSE STATISTIQUE DE LA QUALITÉ DES SERVICES LE CENTRAUX TÉLÉPHONIQUES

### Resumé

Afin d'analyser la qualité des services de centraux téléphoniques des méthodes statistiques sont utilisées récemment.

Dans un central téléphonique on fait l'échantillonnage sous la forme d'un certain nombre de communications et selon les résultats des essais on apprécie la qualité des services du central.

Afin que cette appréciation soit correcte il est nécessaire au cours de l'échantillonnage de satisfaire à un certain nombre de conditions.

Dans l'article sont examinés successivement les facteurs qui exercent une influence sur échantillon.

L'influence de l'accroissement du trafic résultant des communications d'essai est prise en considération, ensuite sont démontrés les avantages des communications d'essai dispersées.

Dans les conclusions sont présentées les conditions auxquelles on devra satisfaire afin que l'échantillonnage effectué soit représentatif.

S. Walaszek

## DIE PRINZIPIEN DER STICHPROBENNAHME FÜR STATISTISCHE DIENSTQUALITÄTSANALYSE DER FERNSPRECHÄMTER

### Zusammenfassung

In die Dienstqualitätsanalyse der Fernsprechämter werden neulich statistische Methoden eingeführt.

Im Fernsprechamt nimmt man eine Stichprobe in der Form einer gewissen Anzahl von Probeverbindungen und auf Grund dieser Stichprobe wird die Dienstqualität des ganzen Amtes geschätzt.

Um die Schätzung richtig wäre, muss bei der Probennahme eine ganze Reihe der Bedingungen erfüllt werden.

In der Arbeit werden der Reihe nach die Faktoren besprochen, welche auf die Stichprobe Einfluss haben. Man hat die Einwirkung des Verkehrszuwachses wegen der Probeverbindungen in Acht genommen und man hat auf die Vorteile der Anwendung der zerstreuten Probeverbindungen angezeigt.

In den Folgerungen hat man die besprochenen Bedingungen, derer Erfüllung das Erhalten der repräsentativen Stichprobe ermöglicht, zusammengestellt.



621.318.552

KAZIMIERZ KASSENBERG

## RUCH KOTWICY W NEUTRALNYM PRZEKAŹNIKU TELEFONICZNYM

Rękopis dostarczono do Komitetu Redakcyjnego  
dn. a 3. XI. 1965 r.

Zjawiska zachodzące w neutralnym przełączniku telefonicznym podczas ruchu kotwicy są dosyć skomplikowane i trudne do ujęcia w formę analityczną. Jednak w przypadku przyjęcia pewnych idealnych warunków pracy można otrzymać wzory, które pozwolą nie tyle na obliczenie czasu ruchu kotwicy w konkretnym przełączniku, ile na zgłębienie mechanizmu zachodzących zjawisk podczas ruchu kotwicy.

Okazało się, że ruch kotwicy jest ruchem złożonym, który składa się z ruchu jednostajnie zmiennego i ruchu drgającego o częstotliwości zależnej od masy części poruszających się i jednostkowego przyrostu siły oddziaływania przełączonych układów sprężyn. Następnie czas ruchu kotwicy zależy od stałej czasu obwodu uzwojenia, współczynnika bezpieczeństwa przyciągania, stosunku sił oddziaływania układów sprężyn w krańcowych położeniach kotwicy i masy części poruszających się. Poza tym dość charakterystyczna jest zależność ruchu kotwicy od masy części ruchomych. Istnieje bowiem graniczna wartość masy kotwicy, poniżej której wpływ tej masy na czas ruchu kotwicy jest praktycznie do pominięcia.

### 1. WIADOMOŚCI OGÓLNE

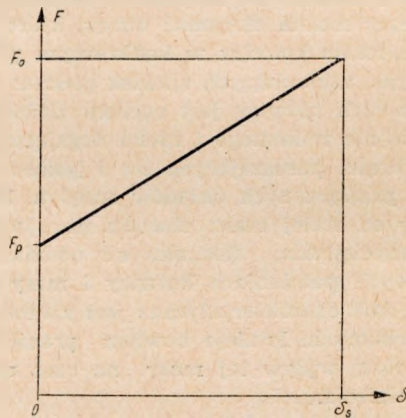
W wielu przypadkach przy rozpatrywaniu czasu zadziałania i czasu zwolnienia przełącznika milcząco pomija się ruch kotwicy i przełączanie sprężyn stykowych jako zagadnienia drugorzędne. Jednak w przełącznikach szybko działających czas ruchu kotwicy stanowi poważną część całkowitego czasu działania. Podobnie w przełącznikach o opóźnionym działaniu czas przełączania układów sprężyn stykowych jest stosunkowo duży i może powodować szybkie niszczenie styków przez łuk elektryczny oraz być przyczyną pewnych trudności przy opracowywaniu schematów urządzeń. W niniejszym artykule rozpatrzono zagadnienie ruchu kotwicy przy

pewnych upraszczających założeniach. Rozważania nie mają służyć do konkretnych obliczeń czasu ruchu kotwicy i czasu przełączenia układów sprężyn, ale mają być wykorzystane do wykrycia zasadniczych zależności między czasem ruchu kotwicy a jej masą, stałą czasu obwodu uzwojenia przekaźnika, współczynnikiem bezpieczeństwa przyciągania i obciążeniem kotwicy przez układy sprężyn stykowych.

W dalszych rozważaniach przyjęto następujące założenia:

- przenikalność żelaza obwodu magnetycznego w rozpatrywanym zakresie zmian strumienia jest wielkością stałą,
- wpływ prądów wirowych w rdzeniu i jarzmie przy zadziałaniu przekaźnika może być pominięty,
- siła powściąagająca żelaza obwodu magnetycznego jest do pominięcia,
- przyrost siły obciążającej kotwicę wywołanej naciskiem układów sprężyn w miarę zbliżania się jej do rdzenia jest wielkością stałą.

Na rysunku 1 podano założony przebieg siły oddziaływania układów sprężyn w zależności od odległości kotwicy od jej położenia spoczynkowego.



Rys. 1. Zależność siły odciągającej od jej położenia;  $\delta_s$  — skok kotwicy,  $F_p$  — siła odciągająca w położeniu spoczynkowym kotwicy,  $F_0$  — siła odciągająca w położeniu pracy kotwicy.

wego. Zgodnie z wyżej wymierzonym wykresem jednostkowy przyrost siły odciągającej kotwicę jest równy

$$f = \frac{F_0 - F_p}{\delta_s} \quad (\text{p cm}^{-1}) \quad (1)$$

a siła odciągająca kotwicę w dowolnym położeniu jest równa

$$F_x = F_p + x \cdot \frac{F_0 - F_p}{\delta_s} = F_p + x \cdot f \quad (\text{p}) \quad (2)$$

gdzie:

$F_p$  — siła odciągająca kotwicę w położeniu spoczynkowym w pondach,

$F_0$  — siła odciągająca kotwicę w położeniu pracy w pondach,

$\delta_s$  — skok kotwicy w centymetrach,

$x$  — odległość kotwicy od położenia spoczynkowego w centymetrach,

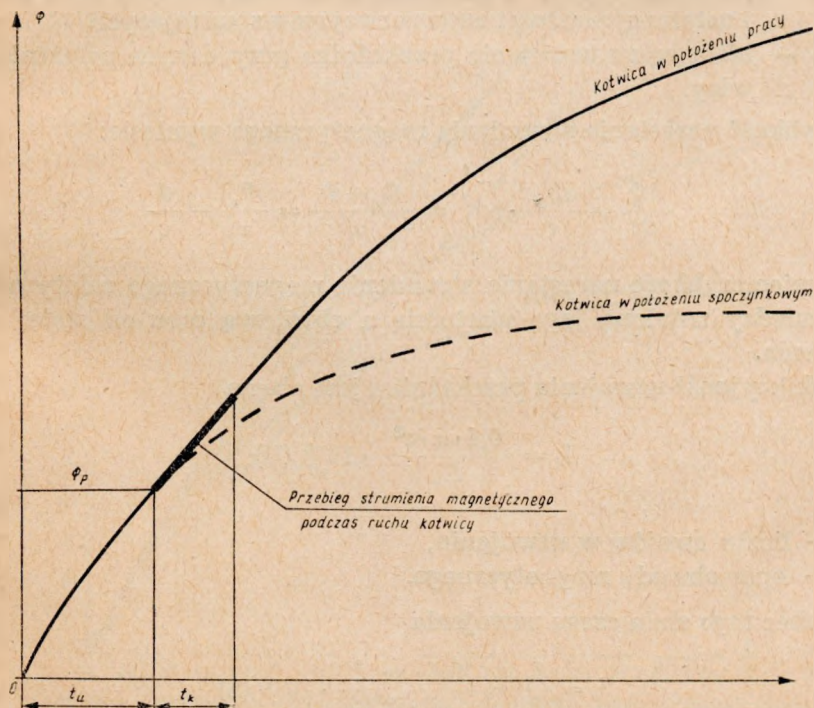
$f$  — jednostkowy przyrost siły odciągającej kotwicę w p cm<sup>-1</sup>.

Należy zaznaczyć, że w przeciętnych przekąźnikach telefonicznych jednostkowy przyrost siły odciągającej kotwicę  $f$  waha się w granicach od 500 p/cm do 5000 p/cm.

## 2. PRZEBIEG STRUMIENIA MAGNETYCZNEGO PODCZAS RUCHU KOTWICY

### 2.1. Zadziałanie przekąźnika

Z chwilą załączenia uzwojenia przekąźnika do źródła zasilania natężenie prądu, a tym samym i strumień magnetyczny powoli narastają.



Rys. 2. Przebieg strumienia magnetycznego w czasie zadziałania przekąźnika;  $t_u$  — czas potrzebny do ustalenia się strumienia przyciągania,  $t_k$  — czas ruchu kotwicy.



Gdy strumień magnetyczny osiągnie wartość  $\Phi_p x$  (strumień przyciągania), przy której siła przyciągania kotwicy przez rdzeń będzie równa sile odciągającej  $F_p$  układów sprężyn, rozpoczyna się ruch kotwicy. W trakcie ruchu kotwicy narastanie strumienia magnetycznego trwa nadal. Po osiągnięciu przez kotwicę położenia pracy (szyft antymagnetyczny oprze się o rdzeń) strumień magnetyczny wzrasta dalej, aż do osiągnięcia ustalonej wartości uzależnionej od amperozwojów uzwojenia wzbudzającego i oporu obwodu magnetycznego. Na rys. 2 przedstawiono przykładowo przebieg strumienia magnetycznego w czasie zadziałania przekąźnika. Na wykresie tym zaznaczono  $t_u$  czas potrzebny dla osiągnięcia przez strumień wartości  $\Phi_p$  oraz  $t_k$  czas ruchu kotwicy.

Przy założeniu stałej przenikalności żelaza obwodu magnetycznego i braku obwodów zwartych obejmujących ten obwód chwilową wartość strumienia magnetycznego przy unieruchomionej kotwicy można wyrazić następującym równaniem:

$$\Phi = \Phi_u (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (3)$$

gdzie:

- $\Phi_u$  — ustalona wartość strumienia przy danym położeniu kotwicy i ustalonej wartości amperozwojów wzbudzających,
- $\tau$  — stała czasu uzwojenia przekąźnika przy danym położeniu kotwicy.

Szybkość narastania strumienia magnetycznego wyniesie:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Phi_u}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{\Phi_u - \Phi}{\tau} = \frac{\Phi_u}{\tau} - \frac{\Phi}{\tau} \quad (4)$$

A więc szybkość narastania strumienia magnetycznego zależy od różnicy między ustaloną jego wartością a chwilową oraz od stałej czasu uzwojenia.

Indukcyjność uzwojenia przekąźnika jest równa

$$L = \frac{0,4 \cdot \pi \cdot z^2}{R_\mu} \cdot 10^{-8} \text{ (H)} \quad (5)$$

gdzie:

- $z$  — liczba zwojów w uzwojeniu,
- $R_\mu$  — opór obwodu magnetycznego.

Wobec tego stała czasu uzwojenia

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0,4 \cdot \pi \cdot z^2}{R \cdot R_\mu} \cdot 10^{-8} \text{ (S)} \quad (6)$$

gdzie  $R$  — rezystancja uzwojenia przekąźnika.

Ustalona wartość strumienia w zależności od amperozwojów wzbudzących jest:

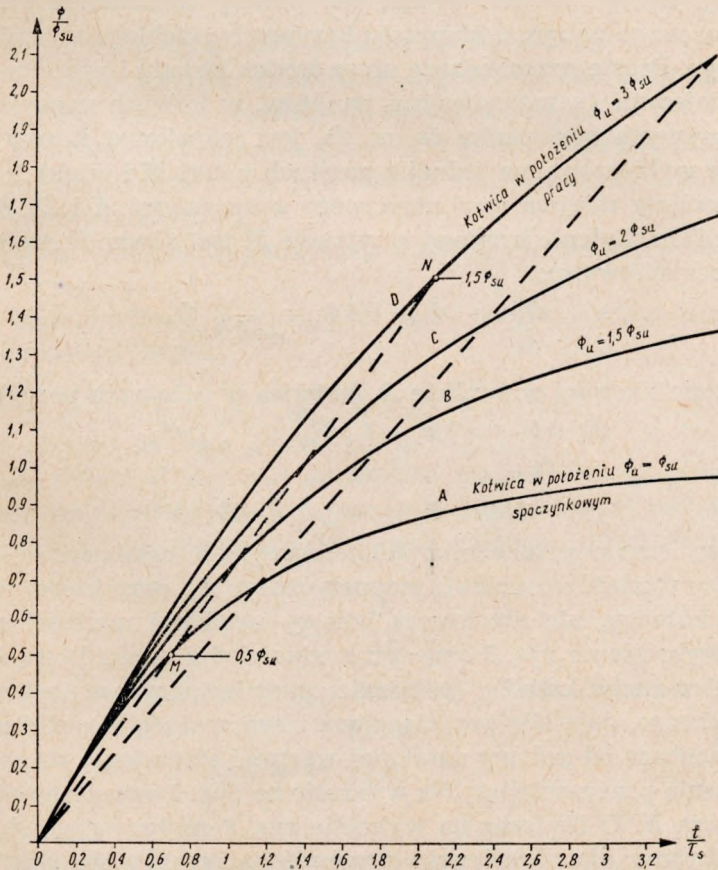
$$\Phi_u = \frac{0,4 \cdot \pi \cdot I \cdot z}{R_\mu} \quad (7)$$

gdzie  $I$  — natężenie prądu w uzwojeniu.

Wobec tego stosunek ustalonej wartości strumienia magnetycznego do stałej czasu uzwojenia jest równy

$$\frac{\Phi_u}{\tau} = \frac{IR}{z} \cdot 10^8 = \text{const} \quad (8)$$

Jak widać, stosunek ustalonej wartości strumienia magnetycznego do stałej czasu uzwojenia zależy jedynie od napięcia zasilającego i liczby zwojów w uzwojeniu. W związku z tym można stwierdzić, że stosunek



Rys. 3. Przebieg narastania strumienia magnetycznego przy różnych położeniach kotwicy (zadziałanie przekazywnika);  $\Phi_{su}$  — ustalona wartość strumienia magnetycznego w położeniu spoczynkowym kotwicy;  $\tau_s$  — stała czasu obwodu uzwojenia przy spoczynkowym położeniu kotwicy

ten nie zależy od oporu obwodu magnetycznego, a tym samym od położenia kotwicy. Na rys. 3 przedstawiono przebiegi strumienia magnetycznego w czterech położeniach kotwicy, dwóch krańcowych i dwóch pośrednich. Przy konstrukcji tych wykresów uwzględniono zależność (8), przy czym w celu ułatwienia porównania różnych przekazańników chwilowe wartości strumienia magnetycznego odniesiono do ustalonej jego wartości  $\Phi_{su}$  (przy kotwicy w położeniu spoczynkowym), a czas  $t$  w stosunku do stałej czasu uzwojenia  $\tau_s$  (przy kotwicy w położeniu spoczynkowym). Poza tym przyjęto, że opór obwodu magnetycznego w położeniu spoczynkowym kotwicy jest trzy razy większy od oporu w położeniu pracy (średnia wartość spotykana w praktyce). Z powyższych wykresów widać, że początkowa szybkość narastania strumienia magnetycznego nie zależy od położenia kotwicy.

Należy jeszcze zwrócić uwagę na pewną charakterystyczną cechę przedstawionego na rys. 3 kompletu krzywych przebiegu strumienia magnetycznego. Proste przechodzące przez środek układu i przecinające krzywe są miejscami geometrycznymi punktów, w których nachylenie wszystkich krzywych w stosunku do osi  $t/\tau_s$  jest jednakowe. Łatwo to sprawdzić, o ile wybierzemy na jednej z prostych punkt  $M$  i punkt  $N$  stanowiących przecięcie miejsca geometrycznego z krzywymi  $A$  i  $D$ . Zgodnie ze wzorem (4) nachylenie krzywej w punkcie  $M$  jest równe (kotwica w położeniu spoczynkowym):

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Phi_{su} - 0,5\Phi_{su}}{\tau_s} = 0,5 \frac{\Phi_{su}}{\tau_s}$$

a nachylenie krzywej w punkcie  $N$  (kotwica w położeniu pracy) równe:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{3\Phi_{su} - 1,5\Phi_{su}}{3 \cdot \tau_s} = 0,5 \frac{\Phi_{su}}{\tau_s}$$

$$(gdyż \Phi_u = 3\Phi_{su} \text{ i } \tau = 3 \cdot \tau_s)$$

W przeciętnym przekazańniku telefonicznym w celu zapewnienia pewności pracy wartość strumienia magnetycznego  $\Phi_p$ , przy której rozpoczyna się ruch kotwicy, nie przekracza połowy ustalonej wartości strumienia  $\Phi_{su}$ . Na wykresie na rys. 3 oznaczono odpowiedni punkt literą  $M$ . Podobnie w końcu ruchu kotwicy (położenie pracy kotwicy) wartość strumienia magnetycznego, daje siłę przyciągającą równoważącą siłę odciągającą  $F_o$ , nie jest większa od połowy ustalonej wartości strumienia magnetycznego dla położenia pracy kotwicy. Na wykresie na rys. 3 oznaczono odpowiedni punkt literą  $N$ . O ile teraz na wykresie rys. 3 na krzywych  $A$ ,  $B$ ,  $D$  i  $C$  oznaczylibyśmy dla określonego przekazańnika rzeczywiste wartości strumienia magnetycznego odpowiadające danym pozycjom kotwicy, to punkty te będą leżały po lewej stronie prostej  $MN$ , która stanowi granicę spotykanych w praktyce wartości strumienia. Następnie można stwierdzić,



że punkty na krzywych  $B$ ,  $C$ ,  $D$  odpowiadające rzeczywistym wartościom strumienia magnetycznego będą leżały stosunkowo blisko prostej przechodzącej przez środek układu i odpowiedni punkt na krzywej  $A$ , gdyż do dyspozycji jest jedynie pole ograniczone z jednej strony odcinkiem  $MN$ , a z drugiej krzywą  $D$ . Wobec tego można z dostateczną dokładnością przyjąć, że w czasie ruchu kotwicy szybkość narastania strumienia (nachylenie krzywych) nie zależy od położenia kotwicy, a uwarunkowana jest jedynie wielkością stałej czasu uzwojenia przekąźnika i różnicą między ustaloną wartością strumienia a jego wartością chwilową (por. wzór 4). W związku z powyższym możemy napisać, że szybkość narastania strumienia magnetycznego podczas ruchu kotwicy jest równa

$$\frac{d\Phi_r}{dt} = \frac{1}{\tau_s} (\Phi_{su} - \Phi_p) \quad (9)$$

gdzie:

- $\Phi$  — strumień magnetyczny podczas ruchu kotwicy,
- $\Phi_{su}$  — ustalona wartość strumienia magnetycznego przy unieruchomionej kotwicy w położeniu spoczynkowym,
- $\Phi_p$  — strumień przyciągania, przy którego wartości siła przyciągania kotwicy przez rdzeń równoważy siłę odciągającą w położeniu spoczynkowym  $F_p$ ,
- $\tau_s$  — stała czasu uzwojenia przy kotwicy w położeniu spoczynkowym.

Wobec tego chwilowa wartość strumienia magnetycznego podczas ruchu kotwicy będzie równa

$$\Phi_r = \Phi_p + \int \frac{1}{\tau_s} (\Phi_{su} - \Phi_p) \cdot dt = \Phi_p \left[ 1 + \frac{t}{\tau_s} \left( \frac{\Phi_{su}}{\Phi_p} - 1 \right) \right] \quad (10)$$

Stosunek ustalonej wartości strumienia magnetycznego przy kotwicy w położeniu spoczynkowym do wartości  $\Phi_p$ , przy której rozpoczyna się ruch, określimy jako współczynnik bezpieczeństwa przyciągania i oznaczymy przez  $X_p$

$$X_p = \frac{\Phi_{su}}{\Phi_p} \quad (11)$$

Ostatecznie chwilowa wartość strumienia podczas ruchu kotwicy jest równa

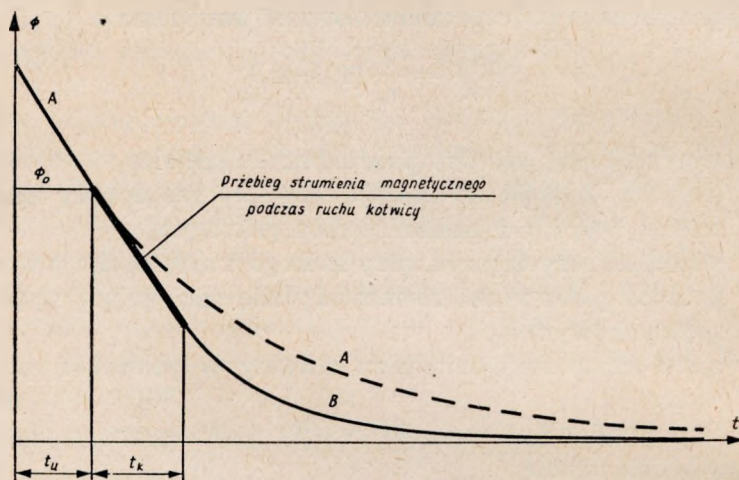
$$\Phi_r = \Phi_p \left[ 1 + (X_p - 1) \frac{t}{\tau_s} \right] \quad (12)$$

gdzie:

- $\Phi_p$  — strumień przyciągania kotwicy,
- $X_p$  — współczynnik bezpieczeństwa wg wzoru (11),
- $\tau_s$  — stała czasu uzwojenia przy nie przyciągniętej kotwicy,
- $t$  — czas liczony od momentu uruchomienia kotwicy.

## 2.2. Zwolnienie przekaźnika

Z chwilą odłączenia uzwojenia przekaźnika od źródła zasilania zakładamy, że płynący przez nie prąd zanika momentalnie, a strumień magnetyczny zanika powoli z szybkością uzależnioną od rezystancji obwodów zwartych. Z chwilą kiedy strumień magnetyczny osiągnie wartość  $\Phi_0$  (strumień odpadania), przy której siła przyciągania kotwicy przez rdzeń będzie równa sile odciągającej  $F_0$  układów sprężyn, rozpoczyna się odwrotny ruch kotwicy, hamowany przez zanikający strumień magnetyczny.



Rys. 4. Przebieg strumienia magnetycznego przy zwalnianiu przekaźnika; A — kotwica w położeniu pracy, B — kotwica w położeniu spoczynkowym,  $t_u$  — czas potrzebny do ustalenia się strumienia odpadania,  $t_k$  — czas ruchu kotwicy

Na rys. 4 przedstawiono przykładowo przebieg strumienia magnetycznego w czasie zwalniania przekaźnika. Na wykresie tym zaznaczono czas  $t_u$  potrzebny do osiągnięcia przez strumień wartości  $\Phi_0$  oraz czas ruchu kotwicy  $t_k$ .

Przy założeniu stałej przenikalności żelaza obwodu magnetycznego i sile powściągającej równej zeru chwilową wartość strumienia magnetycznego przy unieruchomionej kotwicy można wyrazić równaniem

$$\Phi = \Phi_u \cdot e^{-\frac{t}{\tau_z}} \quad (13)$$

gdzie:

$\Phi_u$  — ustalona wartość strumienia magnetycznego przed odłączeniem źródła zasilania od uzwojenia przekaźnika,

$\tau_z$  — stała czasu obwodu zwartego obejmującego zanikający strumień.

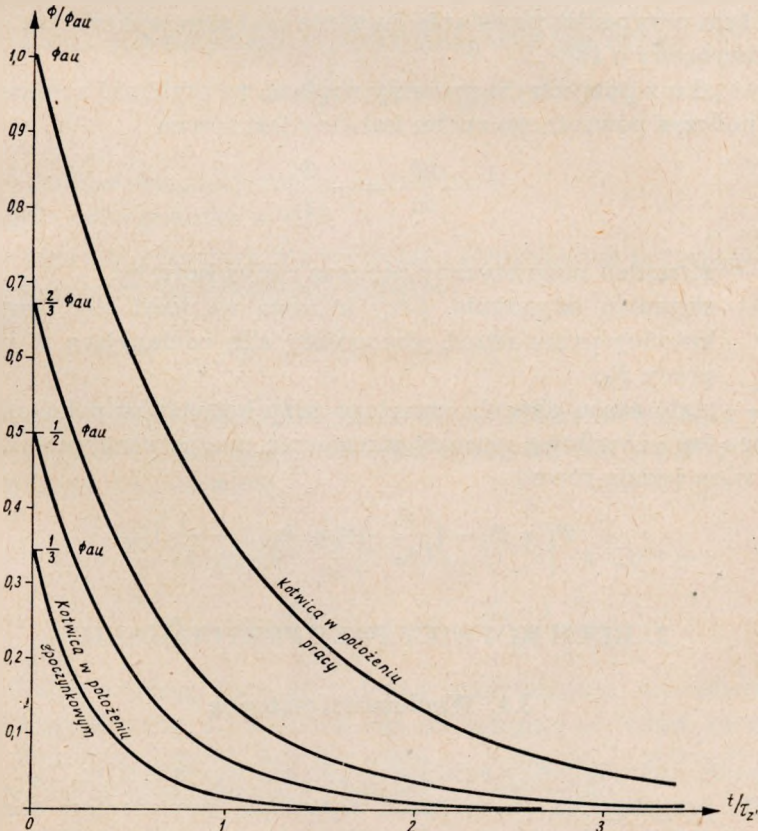
Stąd szybkość zanikania strumienia magnetycznego wyniesie:

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\Phi_u}{\tau_z} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_z}} = -\frac{\Phi}{\tau_z} \quad (14)$$

A więc szybkość zanikania strumienia zależy od jego chwilowej wartości i stałej czasu obwodu zwartego.

Podobnie jak przy przyciąganiu kotwicy (por. rozdz. 2.1, wzory 5, 6, 7 i 8) stosunek ustalonej wartości strumienia do stałej czasu jest wielkością niezmienną i nie zależy od położenia kotwicy.

Na rysunku 5 podano przebiegi zanikania strumienia magnetycznego przy kotwicy unieruchomionej w czterech położeniach, dwóch krańcowych i dwóch pośrednich. Przy konstrukcji tych wykresów uwzględniono zależność (8), przy czym w celu ułatwienia porównywania różnych przekąźników chwilowe wartości strumienia magnetycznego odniesiono do usta-



Rys. 5. Przebiegi zanikania strumienia magnetycznego przy różnych położeniach kotwicy (zwońnienie przekąźnika);  $\Phi_{au}$  — ustalona wartość strumienia magnetycznego w położeniu pracy kotwicy,  $\tau_z$  — stała czasu obwodu zwartego w położeniu pracy kotwicy



lonej wartości przy kotwicy w położeniu pracy  $\Phi_{au}$ , a czas  $t$  w stosunku do stałej czasu obwodu zwartego przy kotwicy w położeniu pracy  $\tau_z$ . Poza tym podobnie, jak przy rozpatrywaniu przyciągania kotwicy przyjęto, że opór obwodu magnetycznego w położeniu pracy kotwicy jest trzy razy mniejszy od oporu w położeniu spoczynkowym.

Z powyższych wykresów widać, że początkowa szybkość zanikania strumienia magnetycznego ( $t = 0$ ) dla wszystkich położen kotwicy jest jednakowa. Przeprowadzając podobne rozumowanie, jakie podano w rozdz. 2.1 dotyczące nachylenia krzywych w poszczególnych położeniach kotwicy, można dojść do zupełnie tego samego wniosku, tzn. szybkość zanikania strumienia magnetycznego prawie nie zależy od położenia kotwicy, a uwarunkowana jest jedynie stałą czasu obwodu zwartego i wartością strumienia magnetycznego w momencie rozpoczęcia ruchu kotwicy. Należy dodać, że dla przeprowadzenia tego rozumowania wykresy na rys. 5 trzeba poprzesuwać w ten sposób, aby krzywe posiadały wspólny punkt przy  $t/\tau_z = 0$ . W tym przypadku powstanie zupełnie taki sam wykres, jak na rys. 3, tylko odwrócony o  $180^\circ$ .

W związku z powyższym możemy napisać, że szybkość zanikania strumienia podczas powrotnego ruchu kotwicy jest równa

$$\frac{d\Phi_r}{dt} = -\frac{\Phi_0}{\tau_z} \quad (15)$$

gdzie:

$\Phi_r$  — strumień magnetyczny podczas ruchu kotwicy,

$\Phi_0$  — strumień odpadania, przy którego wartości siła przyciągania kotwicy przez rdzeń równoważy siłę odciągającą w położeniu pracy  $F_0$ ,

$\tau_z$  — stała czasu obwodu zwartego przy kotwicy w położeniu pracy.

Wobec tego chwilowa wartość strumienia magnetycznego podczas ruchu kotwicy będzie równa

$$\Phi_r = \Phi_0 - \int \frac{\Phi_0}{\tau_z} \cdot dt = \Phi_0 \left(1 - \frac{t}{\tau_z}\right) \quad (16)$$

### 3. RUCH KOTWICY PRZY PRZYCIĄGANIU

#### 3.1. Wiadomości wstępne

W czasie ruchu kotwicy działają na nią następujące siły:

a) siła przyciągania przez rdzeń wywołana strumieniem magnetycznym przekąźnika,

b) siła odciągająca stanowiąca oddziaływanie przełączonych układów sprężyn,

c) oddziaływanie mas lub momentów poruszających się części przekaźnika,

d) siła lub moment tarcia w łożysku kotwicy,

e) siła tarcia części ruchomych o powietrze.

W celu uproszczenia rozważań przyjęto, że cała masa kotwicy i pozostałych części ruchomych została skupiona w środku kotwicy na przedłużeniu osi rdzenia. Do obliczenia wartości tej zastępczej masy  $m$  należy określić sumę momentów bezwładności wszystkich poruszających się części i podzielić ją przez kwadrat odległości między osią rdzenia a osią obrotu kotwicy. Poza tym przyjęto, że tarcie w łożysku kotwicy i tarcie o powietrze ze względu na małe wartości występujących tam sił mogą być w naszych rozważaniach pominięte.

### 3.2. Równanie ruchu kotwicy

Jak wiadomo siła przyciągania elektromagnesu jest równa

$$F = \frac{\Phi^2}{S} \cdot 4 \cdot 10^{-5} \text{ (p)} \quad (17)$$

gdzie:

$\Phi$  — strumień magnetyczny w makswelach,

$S$  — pole nabiegownika w  $\text{cm}^2$ .

Wobec tego siła przyciągająca wywołana strumieniem przyciągania jest równa (w momencie uruchomienia kotwicy)

$$F_p = \frac{\Phi_p^2}{S} \cdot 4 \cdot 10^{-5} \text{ (p)}$$

Biorąc pod uwagę równanie chwilowej wartości strumienia podczas ruchu kotwicy (wzór 12) można określić chwilową wartość siły przyciągającej kotwicę, a mianowicie

$$\begin{aligned} F_r &= \frac{\Phi_r^2}{S} \cdot 4 \cdot 10^{-5} = \frac{\Phi_p^2}{S} \left[ 1 + (X_p - 1) \frac{t}{\tau_s} \right]^2 \cdot 4 \cdot 10^{-5} = \\ &= F_p + 2F_p \frac{X_p - 1}{\tau_s} \cdot t + F_p \left( \frac{X_p - 1}{\tau_s} \right)^2 \cdot t^2 \end{aligned} \quad (18)$$

Na kotwicę działają dwie siły: jedna przyciągająca wywołana przez strumień magnetyczny  $F_r$ , a druga siła odciągająca układów sprężyn  $F_x$  (wzór 2). Poza tym kotwica posiada masę  $m$ . Wobec tego równanie ruchu kotwicy w formie różniczkowej będzie się przedstawiało

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = F_r - F_x \quad (19)$$

gdzie:

- $m$  — masa części ruchomych przemieszona do środka kotwicy,  
 $F_r$  — siła przyciągająca kotwicę przez rdzeń według wzoru (18),  
 $F_x$  — siła odciągająca układów sprężyn według wzoru (2),  
 $x$  — droga przebyta przez kotwicę mierzona od pozycji spoczynkowej.

Podstawiając do wzoru (19) wyrażenia na siłę przyciągającą (wzór 18) i siłę odciągającą (wzór 2) otrzymamy

$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = 2F_p \frac{X_p - 1}{\tau_s} \cdot t + F_p \left( \frac{X_p - 1}{\tau_s} \right)^2 \cdot t^2 - \frac{F_0 - F_p}{\delta_s} \cdot x$$

Wprowadźmy następujące oznaczenia:

współczynnik szybkości narastania strumienia magnetycznego:

$$A = \frac{X_p - 1}{\tau_s} \quad (\text{s}^{-1}) \quad (20)$$

oraz względny jednostkowy przyrost siły odciągającej kotwicę

$$B = \frac{F_0 - F_p}{F_p \cdot \delta_s} \quad (\text{cm}^{-1}) \quad (21)$$

gdzie:

- $X_p$  — współczynnik bezpieczeństwa przyciągania wg wzoru (11),  
 $\tau_s$  — stała czasu uzwojenia przy kotwicy w położeniu spoczynkowym,  
 $F_p$  — siła odciągająca kotwicę w położeniu spoczynkowym,  
 $F_0$  — siła odciągająca kotwicę w położeniu pracy,  
 $\delta_s$  — skok kotwicy.

Równanie różniczkowe ruchu kotwicy przyjmie obecnie postać:

$$\frac{m}{F_p} \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = 2A \cdot t + A^2 \cdot t^2 - B \cdot x \quad (22)$$

Rozwiązując powyższe równanie otrzymamy, że droga  $x$  przebyta przez kotwicę w zależności od czasu  $t$  jest równa:

$$X = \frac{2A}{B} \left( t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right) + \frac{A^2}{B} \left[ t^2 - \frac{2(1 - \cos \omega t)}{\omega^2} \right] \quad (23)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{B \cdot F_p}{m} \cdot 981} = \sqrt{\frac{F_0 - F_p}{m \cdot \delta_s} \cdot 981} \quad (24)$$

gdzie:

- $A$  — współczynnik szybkości strumienia magnetycznego według wzoru (20),  
 $B$  — względny przyrost jednostkowy siły odciągającej według wzoru (21),  
 $m$  — masa kotwicy w gramach,  
 $F_0$  i  $F_p$  — siły odciągające kotwicę w obu jej położeniach,  
 $\delta_s$  — skok kotwicy.



W celu zbadania charakteru ruchu kotwicy określimy jego prędkość i przyspieszenie.

Prędkość wyrazi się wzorem:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2A}{B} (1 - \cos \omega t) + \frac{2A^2}{B} \left( t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right) \quad (25)$$

przyspieszenie:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{2A}{B} \cdot \omega \sin \omega t + \frac{2A^2}{B} (1 - \cos \omega t) \quad (26)$$

Z równań drogi, prędkości i przyspieszenia w ruchu kotwicy widać, że składa się on z następujących ruchów:

a) jednostajnie przyspieszonego, w którym:

$$\text{droga} \quad x_1 = \frac{2A}{B} \cdot t + \frac{A^2}{B} \cdot t^2 \quad (27)$$

$$\text{prędkość} \quad \frac{dx_1}{dt} = \frac{2A}{B} + \frac{2A^2}{B} \cdot t \quad (28)$$

$$\text{przyspieszenie} \quad \frac{d^2x_1}{dt^2} = \frac{2A^2}{B} \quad (29)$$

b) drgającego (składnik I), w którym:

$$\text{droga} \quad x_2 = - \frac{2A}{B} \cdot \frac{\sin \omega t}{\omega} \quad (30)$$

$$\text{prędkość} \quad \frac{dx_2}{dt} = - \frac{2A}{B} \cdot \cos \omega t \quad (31)$$

$$\text{przyspieszenie} \quad \frac{d^2x_2}{dt^2} = \frac{2A}{B} \cdot \omega \sin \omega t \quad (32)$$

c) drgającego I (składnik II), w którym:

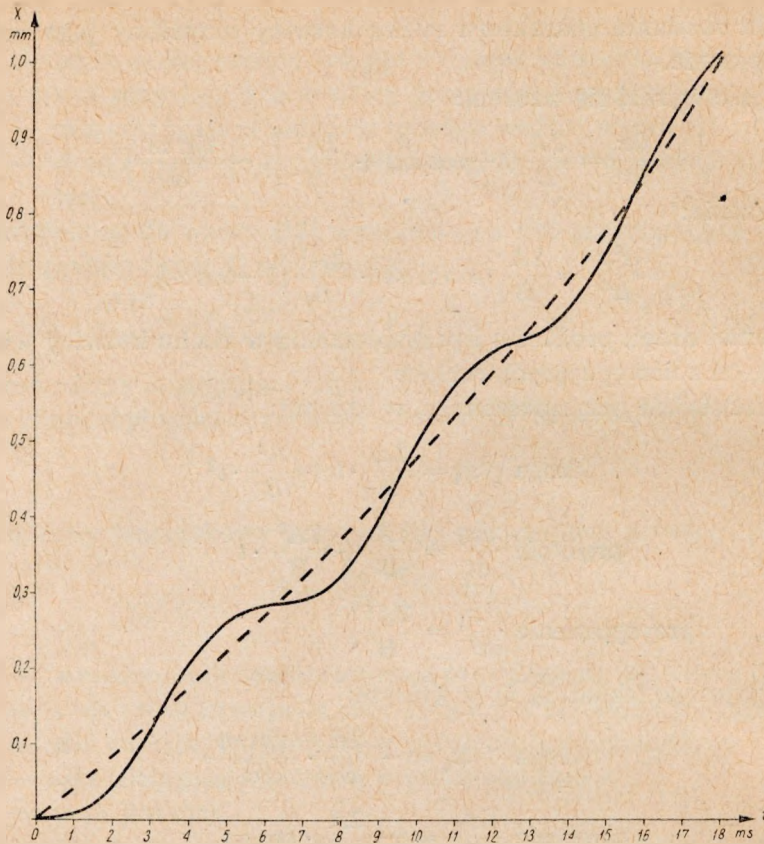
$$\text{droga} \quad x_3 = - \frac{2A^2}{B} \frac{(1 - \cos \omega t)}{\omega^2} \quad (33)$$

$$\text{prędkość} \quad \frac{dx_3}{dt} = - \frac{2A^2}{B} \frac{\sin \omega t}{\omega} \quad (34)$$

$$\text{przyspieszenie} \quad \frac{d^2x_3}{dt^2} = - \frac{2A^2}{B} \cdot \cos \omega t \quad (35)$$

Należy zwrócić uwagę, że składniki ruchu drgającego są przesunięte względem siebie o  $\frac{\pi}{2}$ .

Na rysunku 6 podano zgodnie ze wzorem (23) zależność przebytej drogi  $x$  przez kotwicę od czasu  $t$ , przy czym przyjęto następujące dane dla przekaźnika:



Rys. 6. Zależność drogi przebytej przez kotwicę od czasu (zadziałanie) krzywa przerywana — droga kotwicy przy  $m = 0$

współczynnik szybkości narastania strumienia (wzór 20)

$$A = 40 \text{ s}^{-1} \quad \text{przy} \quad \tau_s = 0,05 \text{ s}; \quad x_p = 3$$

względny przyrost jednostkowy siły odciągającej (wzór 21)

$$B = 20 \text{ cm}^{-1} \quad \text{przy} \quad F_0 = 200 \text{ p}, \quad F_p = 100 \text{ p} \quad \text{i} \quad \delta_s = 0,1 \text{ cm}$$

pulsacja drgań (wzór 24)

$$\omega = 1000 \text{ s}^{-1} \quad \text{przy} \quad F_0 = 200 \text{ p}, \quad F_p = 100 \text{ p}, \quad \delta_s = 0,1 \text{ cm} \quad \text{i} \quad m = 1 \text{ g}$$

**Uwaga.** Przyjęto małą masę kotwicy w celu uzyskania stosunkowo dużej częstotliwości drgań.

Dla porównania na rys. 6 zaznaczono dodatkowo linią przerywaną przebieg drogi kotwicy w przypadku braku drgań ( $m = 0$  i  $\omega = \infty$ ).

Powstanie drgań podczas ruchu kotwicy daje się wytłumaczyć w następujący sposób. Na początku ruchu kotwicy, wskutek jej bezwładności, powstaje dość duża różnica między siłą przyciągającą  $F_r$ , a siłą odciągającą

jącą  $F_x$ . Strumień magnetyczny, jak omówiono w rozdz. 2.2, wzrasta niezależnie od położenia kotwicy. Wobec tego siła przyciągająca staje się w miarę upływu czasu coraz to większa. Natomiast ze względu na to, że kotwica nie oddaliła się od swojego położenia spoczynkowego, siła odciągająca  $F_x$  nie uległa zwiększeniu. W następnej chwili kotwica wskutek powstałej dużej różnicy sił ( $F_r - F_x$ ) nabiera coraz to większej prędkości i zaczyna się oddalać od swojego położenia spoczynkowego, przy czym siła odciągająca  $F_x$  zaczyna teraz szybko wzrastać. Wobec tego różnica między siłami  $F_r$  i  $F_x$  zaczyna maleć powodując zmniejszenie przyspieszenia ruchu kotwicy. Energia kinetyczna nagromadzona w masie kotwicy powoduje dalszy jej ruch, tak że siła odciągająca kotwicę  $F_x$  staje się większa od siły przyciągającej  $F_r$  i następuje silne zmniejszenie prędkości ruchu aż do momentu, kiedy znów siła przyciągająca  $F_r$  będzie większa od siły odciągającej  $F_x$ . W następnym okresie powtarza się to samo zjawisko. Jak widać ze wzoru (24), okres drgań kotwicy zależy od przyrostu siły odciągającej kotwicy na jednostkę długości jej ruchu i od wielkości jej masy, np. dla przyrostu siły odciągającej  $F_0 - F_p = 200$  p, skoku kotwicy  $\delta_s = 0,1$  cm i masy układu ruchomego  $m = 30$  g, pulsacja drgań  $\omega = 250$  s<sup>-1</sup>, co odpowiada częstotliwości 40 Hz.

### 3.3. Czas ruchu kotwicy

W celu określenia czasu ruchu kotwicy przy danym jej skoku należy w wyrażeniu (23) na drogę  $x$  podstawić skok  $\delta_s$ , a na czas  $t$  czas ruchu kotwicy  $t_k$  i rozwiązać to równanie w stosunku do  $t_k$

$$\delta_s = \frac{2A}{\omega B} (\omega t_k - \sin \omega t_k) + \frac{A^2}{\omega^2 B} [(\omega t_k)^2 - 2(1 - \cos \omega t_k)] \quad (36)$$

Początkowo rozpatrzmy przypadek, w którym masa kotwicy i poruszających się części jest bardzo niewielka i może być uznana za równą zeru. Wtedy pulsacja drgań kotwicy  $\omega$  będzie bardzo duża i wyrażenie (36) przyjmie postać

$$\delta_s = \frac{2A}{B} \cdot t_k + \frac{A^2}{B} \cdot t_k^2 \quad (37)$$

Po rozwiązaniu w stosunku do  $t_k$  otrzymamy

$$t_k = \frac{1}{A} (-1 \pm \sqrt{1 + \delta_s \cdot B}) \quad (38)$$

Ze względu na to, że czas ruchu kotwicy nie może być ujemny, bierze-



my pod uwagę tylko jeden pierwiastek równania i czas ruchu kotwicy przy  $m = 0$  jest równy

$$t_k = \frac{1}{A} (\sqrt{1 + \delta_s \cdot B} - 1) \quad (39)$$

Podstawiając do powyższego wyrażenia wzory (20) i (21) określające współczynnik  $A$  oraz  $B$  otrzymamy, że czas ruchu kotwicy przy  $m = 0$  wynosi

$$t_k = \frac{\tau_s}{X_p - 1} \left( \sqrt{\frac{F_0}{F_p}} - 1 \right) \quad (40)$$

gdzie:

$\tau_s$  — stała czasu obwodu uzwojenia przy kotwicy w położeniu spoczynkowym,

$X_p$  — współczynnik bezpieczeństwa przyciągania określamy wzorem (11),

$F_p$  — siła odciągająca kotwicę w położeniu spoczynkowym,

$F_0$  — siła odciągająca kotwicę w położeniu pracy.

Ze wzoru (40) widać, że czas ruchu kotwicy przy bardzo małej jej masie ( $m \cong 0$ ) zależy od stałej czasu obwodu uzwojenia, współczynnika bezpieczeństwa przyciągania i stosunku sił odciągających kotwicę w obu jej położeniach.

W przypadkach kiedy masa kotwicy nie może być pomierzona, obliczenie czasu ruchu kotwicy jest nieco trudniejsze. W celu ułatwienia rozważań wprowadzono pojęcie względnego skoku kotwicy, który jest równy

$$\delta_{sw} = \frac{\omega \cdot B}{2A} \cdot \delta_s \quad (41)$$

gdzie:

$\omega$  — pulsacja drgań kotwicy według wzoru (24),

$A$  — współczynnik szybkości wzrostu strumienia magnetycznego według wzoru (20),

$B$  — względny jednostkowy przyrost siły odciągającej według wzoru (21),

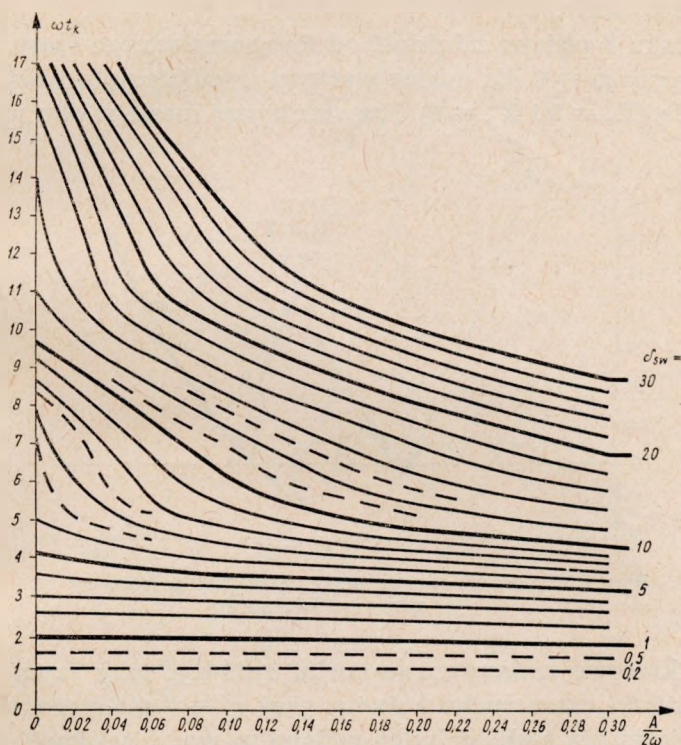
$\delta_s$  — skok kotwicy.

Wobec tego względny skok kotwicy w zależności od czasu ruchu jest równy (por. wzór 36)

$$\delta_{sw} = (\omega t_k - \sin \omega t_k) + \frac{A}{2\omega} [(\omega t_k)^2 - 2(1 - \cos \omega t_k)] \quad (42)$$

Rozwiązanie tego równania dla wartości iloczynu  $\omega t_k < 20$  jest dosyć trudne, gdyż rozwinięcie funkcji kątowych na szereg daje równanie powyżej 6 stopnia. Wobec tego wybrano sposób graficzny przy użyciu wykresu podanego na rys. 7. Nieregularności krzywych dla mniejszych war-

tości stosunku  $\frac{A}{2\omega}$  są wywołane poprzednio omówionymi drganiami kotwicy. Za pomocą tego wykresu czas ruchu kotwicy oblicza się w niżej podany sposób.



Rys. 7. Zależność iloczynu  $\omega t_k$  od stosunku  $A/2\omega$  przy różnych wartościach względnego skoku kotwicy  $\delta_{sw}$  (przyciąganie kotwicy)

Początkowo na podstawie danych przekaźnika określamy:

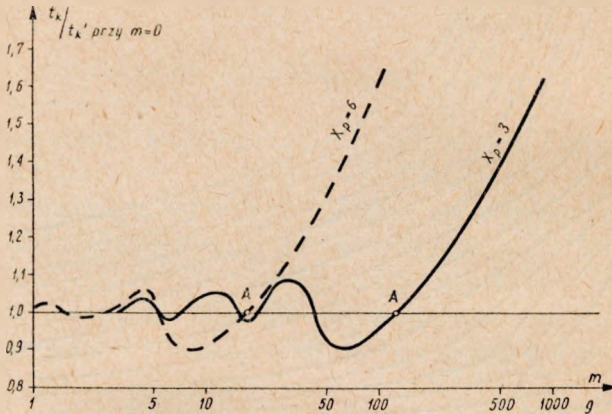
- współczynnik szybkości wzrostu strumienia magnetycznego  $A$  (wzór 20),
- względny jednostkowy przyrost siły odciągającej  $B$  (wzór 21),
- pulsację drgań  $\omega$  (wzór 41),
- względny skok kotwicy  $\delta_{sw}$  (wzór 41),
- stosunek  $A/2\omega$ .

Następnie z wykresu na rys. 7 określa się iloczyn  $\omega t_k$  i dzieląc go przez poprzednio określoną pulsację  $\omega$  otrzymuje się szukany czas ruchu kotwicy  $t_k$ .

Na podstawie wykresu na rys. 7 obliczono dane do wykresów na rys. 8 i rys. 9 obrazujących wpływ masy kotwicy na czas jej ruchu, przy czym przyjęto następujące dane:

- siła odciągająca kotwicę w położeniu spoczynkowym  $F_p = 200$  p
- siła odciągająca kotwicę w położeniu pracy  $F_0 = 500$  p
- stała czasu obwodu uzwojenia przekąźnika przy kotwicy w położeniu spoczynkowym  $\tau_s = 0,08$  s
- skok kotwicy  $\delta_s = 0,1$  cm

Na rysunku 8 podano zależność od masy względnego czasu ruchu kotwicy  $t_k/t'_k$  przy  $m = 0$  dla dwóch wartości współczynnika bezpieczeństwa przyciągania ( $X_p = 3$  i  $X_p = 6$ ). Przy mniejszej masie w obu przypadkach



Rys. 8. Zależność względnego czasu ruchu kotwicy od jej masy (zadziałanie)

zachodzą okresowe zmiany czasu ruchu kotwicy, przy czym odchylenie jego od wartości czasu ruchu kotwicy przy  $m = 0$  nie przekracza  $\pm 15\%$ . W celu wyjaśnienia tych odchyżeń podano na rys. 9 zależność drogi przebytej przez kotwicę od czasu  $t$  przy  $m = 0$ ,  $m = 52$  g,  $m = 137$  g i  $m = 400$  g. Punkty przecięcia krzywych z linią skoku kotwicy określają w każdym przypadku czas ruchu kotwicy. Ze względu na poprzednio omówione drgania kotwica osiąga odległość  $\delta_s = 0,1$  cm w czasie nieco różniącym się od czasu ruchu kotwicy przy  $m = 0$ , przy czym czas ten może być skrócony lub przedłużony. Przy wartości masy równej 137 g czas ruchu kotwicy jest równy czasowi ruchu kotwicy przy  $m = 0$ . Od tej wartości masy (por. rys. 8 punkt A) w miarę jej zwiększania czas ruchu kotwicy zdecydowanie się już powiększa.

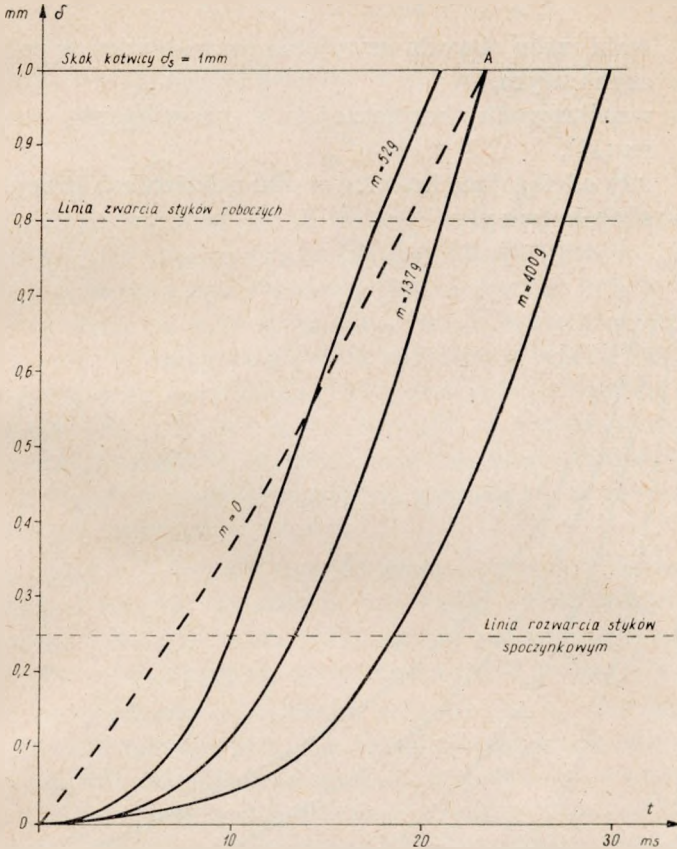
Dla rozpatrywanego przypadku graniczne wartości mas, powyżej których zachodzi zdecydowany ich wpływ na czas ruchu, wynoszą

$$X_p = 3 \quad m = 137 \text{ g}$$

$$X_p = 6 \quad m = 16 \text{ g}$$

Warto zauważyć, że punkty A na omawianych krzywych odpowiadają wartości iloczynu  $\omega t_k \approx 3,4$ . A więc zasadniczy wpływ masy kotwicy na





Rys. 9. Zależność drogi przebytej przez kotwicę od czasu przy  $X_p = 3$

czas ruchu  $t_k$  zachodzi w tych przypadkach, kiedy podczas całkowitego skoku występuje mniej niż pół okresu drgań własnych kotwicy. Podane na rys. 8 zmiany czasu ruchu kotwicy w zależności od jej masy nie przekraczają  $\pm 15\%$  i nie mają praktycznego znaczenia. Masę, do której wartości czas ruchu kotwicy jest praktycznie jednakowy, nazwiemy graniczną masą kotwicy i oznaczymy przez  $m_g$ . W celu określenia granicznej masy  $m_g$  założymy, że iloczyn

$$\omega t_k = 3,5 \quad (43)$$

Podstawiając do powyższego wzoru wyrażenie (24) określające pulsację drgań  $\omega$  oraz wyrażenie (40) na czas ruchu kotwicy przy  $m = 0$  i rozwiązując w stosunku do masy  $m$  otrzymamy, że graniczna wartość masy kotwicy jest równa

$$m_g = 80 \left( \frac{\tau_s}{X_p - 1} \right)^2 \cdot \frac{F_0 - F_p}{\delta_s} \left( \sqrt{\frac{F_0}{F_p}} - 1 \right)^2 \quad (\text{g}) \quad (44)$$

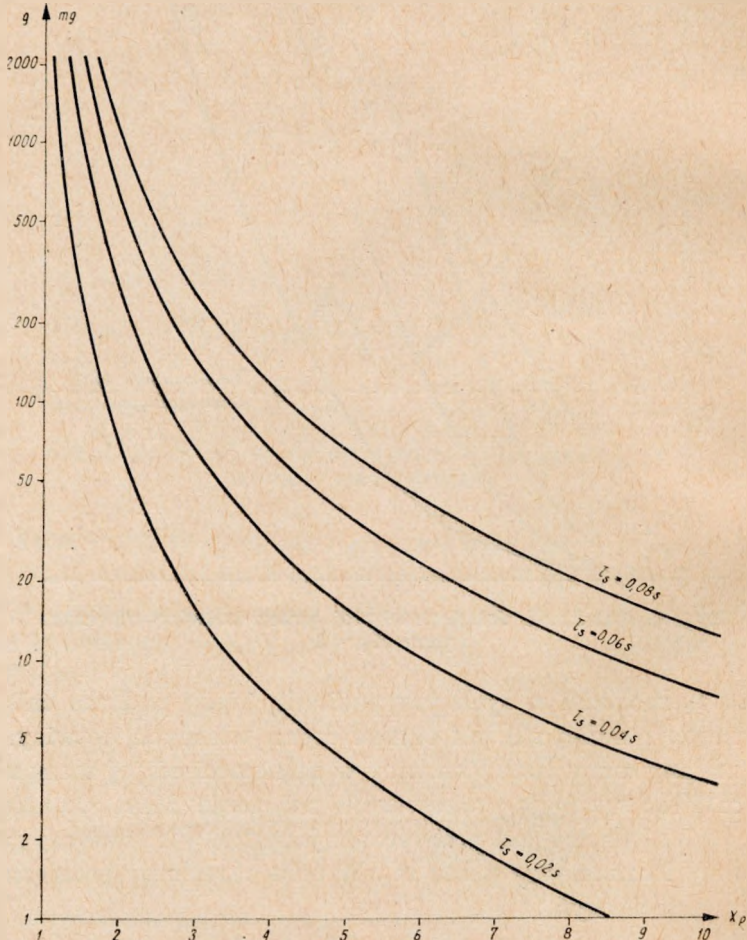
gdzie:

$\tau_s$  — stała czasu obrotu uzwojenia przy kotwicy w położeniu spoczynkowym,

$X_p$  — współczynnik bezpieczeństwa przyciągania według wzoru (11),

$F_0$  i  $F_p$  — siły odciągające kotwicę w obu położeniach pracy,

$\delta_s$  — skok kotwicy.



Rys. 10. Zależność granicznej wartości masy kotwicy  $m_g$  od współczynnika bezpieczeństwa przyciągania  $X_p$

$$\left( \frac{F_0 - F_p}{\delta_s} = 2000 \text{ p/cm } F_0/F_p = 4 \right)$$

Na rysunku 10 podano zależność granicznej wartości masy kotwicy  $m_g$  od współczynnika bezpieczeństwa przyciągania  $X_p$  dla różnych wartości stałej czasu uzwojenia  $\tau_s$ , przy czym przyjęto

$$f = \frac{F_0 - F_p}{\delta_s} = 2000 \text{ r/cm}$$

a stosunek sił odciągających kotwicę w obu jej położeniach

$$\frac{F_0}{F_p} = 4$$

Z powyższego wykresu widać, że przy dużych przeciążeniach przekaźnika ( $X_p = 8 \div 10$ ) i stosunkowo małej stałej czasu obwodu jego uzwojenia ( $\tau_s = 0,03$  s) graniczna masa kotwicy jest rzędu 2 g. Jest to masa stosunkowo bardzo mała. A więc w przekaźnikach przystosowanych do szybkiej pracy masa kotwicy może mieć zasadniczy wpływ na czas swojego ruchu i ogólny czas zadziałania przekaźnika. Natomiast w przeciętnych przekaźnikach ( $X_p = 2 \div 3$  i  $\tau_s = 0,04 \div 0,06$  s) wpływ masy kotwicy na czas ruchu jest do pominięcia, gdyż graniczna wartość masy  $m_g$  jest rzędu  $100 \div 500$  g. Kotwicy o takiej masie nie spotyka się w przeciętnych przekaźnikach telefonicznych.

Wpływ masy kotwicy na czas jej ruchu został dość szczegółowo omówiony. Wpływ innych czynników, jak stałej czasu obwodu uzwojenia, współczynnika bezpieczeństwa przyciągania i stosunku sił odciągających kotwicę w obu jej położeniach dostatecznie jasno obrazuje wyrażenie (40).

W celu zmniejszenia czasu ruchu kotwicy należy obniżyć wartość stałej czasu obwodu uzwojenia  $\tau_s$ , np. przez powiększenie rezystancji obwodu uzwojenia lub zmniejszenie stopnia wypełnienia cewki przekaźnika. Poza tym można jeszcze zwiększyć współczynnik bezpieczeństwa przyciągania  $X_p$  lub też zmniejszyć stosunek sił odciągających kotwicę w obu jej krańcowych położeniach  $F_0/F_p$ . Przy tych jednak zmianach znacznie zmniejsza się graniczna wartość masy kotwicy  $m_g$  (por. wzór 44). Może wobec tego zajść przypadek, że będzie ona mniejsza od rzeczywistej masy kotwicy i mimo dekonanych zmian nie będzie można uzyskaćżądanego skrócenia czasu ruchu kotwicy.

### 3.4. Czas przełączania układów sprężyn stykowych

Kotwica przekaźnika podczas swego ruchu powoduje przełączenie układów sprężyn, przy czym przełączenie to nie odbywa się w ciągu całego ruchu, a tylko w pewnej jego części. Praktycznie możemy przyjąć, że zestyki spoczynkowe układów sprężyn są rozwierane dopiero po przebyciu przez kotwicę drogi  $0,25$  skoku  $\delta_s$ , a zestyki robocze układów sprężyn są zwierane już po przebyciu przez kotwicę  $0,8 \delta_s$ . W tym przypadku kotwica w czasie przełączania układów sprężyn wykonuje drogę równą



0,55 skoku. Należy zaznaczyć, że wskutek początkowej małej prędkości kotwicy (por. rys. 9) czas przełączania układów sprężyn będzie znacznie mniejszy niż 0,55 czasu ruchu kotwicy  $t_k$ . Obliczenie czasu przełączania układów sprężyn można wykonać w zupełnie taki sam sposób, jak był obliczany czas całego ruchu kotwicy.

Początkowo obliczamy czas  $t_s$ , który jest potrzebny do przebycia przez kotwicę drogi równej  $0,25 \delta_s$ . Następnie obliczamy czas  $t_r$ , który jest potrzebny do przebycia przez kotwicę  $0,8 \delta_s$ . Różnica czasów  $t_r - t_s$  da nam szukany czas przełączania układów sprężyn przy założonym przebiegu siły odciągającej kotwicę.

Zgodnie z wyżej podanym rozumowaniem czas potrzebny do przebycia przez kotwicę  $0,25 \delta_s$  (rozwarcia zestyków spoczynkowych) jest równy (por. wzór 39).

$$t_s = \frac{1}{A} (\sqrt{1 + 0,25 \delta_s \cdot B} - 1) \quad (45)$$

Podobnie czas potrzebny do przebycia przez kotwicę  $0,8 \delta_s$  (dla zestyków roboczych) jest równy:

$$t_r = \frac{1}{A} (\sqrt{1 + 0,8 \delta_s \cdot B} - 1) \quad (46)$$

Wobec tego czas przełączania układów sprężyn stykowych przy kotwicy o bardzo małej masie ( $m = 0$ ) jest równy:

$$t_p = t_r - t_s = \frac{1}{A} (\sqrt{1 + 0,8 \cdot \delta_s B} - \sqrt{1 + 0,25 \cdot \delta_s \cdot B}) \quad (47)$$

Podstawiając do powyższego wyrażenia (20) i (21) określające współczynniki  $A$  i  $B$  otrzymamy, że czas przełączania układów sprężyn przy kotwicy o bardzo małej masie ( $m = 0$ ) jest równy:

$$t_p = \frac{\tau_s}{X_p - 1} \left( 0,9 \sqrt{\frac{F_0}{F_p} + 0,25} - 0,5 \sqrt{\frac{F_0}{F_p} + 3} \right) \quad (48)$$

Jeśli teraz określimy stosunek czasu przełączania układów sprężyn do czasu całkowitego ruchu kotwicy, to on wyniesie:

$$\frac{t_p}{t_k} = \frac{0,9 \sqrt{\frac{F_0}{F_p} + 0,25} - 0,5 \sqrt{\frac{F_0}{F_p} + 3}}{\sqrt{\frac{F_0}{F_p} - 1}} \quad (49)$$

Łatwo przekonać się, że stosunek ten ulega bardzo małym zmianom,

a mianowicie

$$\text{przy } \frac{F_0}{F_p} = 1,5 \quad \frac{t_p}{t_k} = 0,57$$

$$\text{przy } \frac{F_0}{F_p} = 4 \quad \frac{t_p}{t_k} = 0,53$$

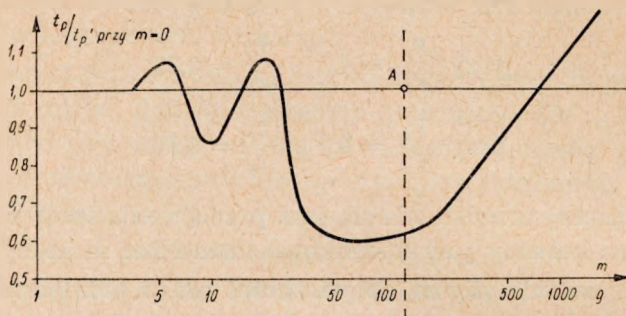
$$\text{przy } \frac{F_0}{F_p} = 9 \quad \frac{t_p}{t_k} = 0,503$$

Zupełnie inaczej przedstawia się czas przełączenia sprężyn w przypadku, kiedy masa kotwicy jest stosunkowo duża i nie może być pominięta. W celu zorientowania się co do wielkości czasu przełączania układów sprężyn poprowadzono na rys. 9 równoległe do osi odciętych linię rozwarcia zestyków spoczynkowych ( $0,25 \delta_s$ ) i linię zwarcia zestyków roboczych ( $0,8 \delta_s$ ) oraz określono następujące czasy przełączania układów sprężyn:

Masa kotwicy $m$	Czas przełączania układów sprężyn $t_p$	Czas ruchu kotwicy $t_k$	Stosunek $t_p/t_k$
g	ms	ms	—
0	12,2	23,2	0,525
52	7,7	20,8	0,37
137	7,7	23,2	0,332
400	8,9	29,8	0,3

Z powyższego zestawienia widać, że czas przełączania układów sprężyn przez kotwicę o stosunkowo dużej masie jest o 40% krótszy, niż gdy kotwica posiada bardzo małą masę ( $m = 0$ ). Jest to zupełnie zrozumiałe, gdyż przy dużej masie kotwicy początkowe jej opóźnienie jest dość znaczne i drogę równą  $0,25 \delta_s$  przebywa ona w dość długim czasie. Ale za to dalszą część drogi kotwica przebywa już ze zwiększoną szybkością, powodując tym skrócenie czasu przełączania układów sprężyn (por. krzywą przy  $m = 137$  g na rys. 9). Na rys. 11 podano dla tego samego przypadku zależność względnego czasu przełączania układów sprężyn od masy kotwicy. W miarę wzrostu masy kotwicy czas przełączania układów sprężyn zmienia się okresowo, przy czym wahania te nie są większe niż  $\pm 10\%$ . Następnie dla wartości masy od 30 do 220 g czas przełączania układów sprężyn jest znacznie mniejszy, gdyż stanowi tylko około 0,65% czasu przełączania przy  $m = 0$ . Należy zaznaczyć, że graniczna wartość masy kotwicy  $m_g$  w danym przypadku wynosi 137 g.

A więc ogólnie można powiedzieć, że czas przełączania układów sprężyn jest najkrótszy dla kotwicy o masie zbliżonej do masy granicznej  $m_g$  określonej wzorem (44). W przybliżeniu można podać, że w celu uzyskania



Rys. 11. Zależność względnego czasu przełączenia układów sprężyn od masy kotwicy przy  $X_p = 3$

minimalnego czasu przełączenia układów sprężyn iloczyn  $\omega \cdot t_k$  powinien zawierać się w granicach od 2,5 do 5.

Wpływ masy kotwicy na czas przełączania układów sprężyn został omówiony dość szczegółowo. Wpływy innych czynników, jak stałej czasu obwodu uzwojenia, współczynnika bezpieczeństwa przyciągania i stosunku sił cdciągających kotwicę w obu jej położeniach są zupełnie takie same, jak na ogólny czas ruchu kotwicy (por. wzory 40 i 48).

## 4. RUCH KOTWICY PRZY ZWALNIANIU

### 4.1. Wiadomości wstępne

W czasie powrotnego ruchu kotwicy podobnie jak przy jej przyciąganiu działają na nią następujące siły:

- siła przyciągania wywołana zanikającym strumieniem magnetycznym,
- siła oddziaływania przelączonych układów sprężyn stykowych,
- oddziaływanie mas lub momentów poruszających się części przekąznika,
- siła lub moment tarcia w łożysku kotwicy,
- siła tarcia części ruchomych o powietrze.

Podobnie jak przy przyciąganiu kotwicy przyjęto, że cała masa kotwicy i pozostałych części ruchomych została skupiona w środku kotwicy na przed użeriu osi rdzenia. Poza tym przyjęto, że tarcie w łożysku kotwicy i tarcie jej o powietrze ze względu na stosunkowo małe wartości występujących tam sił mogą być w rozważaniach pominięte.



W zakończeniu niniejszego rozdziału dla porównania rozpatrzono tzw. swobodny powrót kotwicy. W tym przypadku przestawiono kotwicę w sposób mechaniczny w położenie pracy i nagle zwolniono. Uzwojenie przekaźnika nie było załączane do źródła prądu. W czasie tego swobodnego powrotu kotwicy nie ma hamującego działania zanikającego strumienia magnetycznego i prędkość kotwicy jest znacznie większa.

#### 4.2. Równanie ruchu kotwicy

Siła przyciągania kotwicy przez rdzeń w momencie rozpoczęcia powrotnego ruchu kotwicy jest równa

$$F_0 = \frac{\Phi_0^2}{s} \cdot 4 \cdot 10^{-5} \quad (50)$$

gdzie  $\Phi_0$  — strumień odpadania, który daje siłę przyciągającą równą sile odciągającej kotwicę w położenie pracy.

Biorąc pod uwagę równanie chwilowej wartości strumienia podczas powrotnego ruchu kotwicy (por. wzór 16) można określić chwilową wartość siły przyciągającej kotwicę, a mianowicie:

$$F_r = \frac{\Phi_r^2}{s} \cdot 4 \cdot 10^{-5} = \frac{\Phi_0^2}{s} \left(1 - \frac{t}{\tau_z}\right)^2 \cdot 4 \cdot 10^{-5} = F_0 - 2F_0 \frac{t}{\tau_z} + F_0 \frac{t^2}{\tau_z^2} \quad (51)$$

Siła odciągająca kotwicę, stanowiąca oddziaływanie układu sprężyn, jest równa zgodnie ze wzorem (2):

$$F_y = F_0 - \frac{F_0 - F_r}{\delta_s} \cdot y \quad (52)$$

gdzie  $y$  — odległość kotwicy od położenia pracy ( $y = \delta_s - x$  we wzorze 2).

Na kotwicę działają dwie siły: jedna przyciągająca wywołana przez zanikający strumień magnetyczny  $F_r$ , a druga odciągająca  $F_y$ . Poza tym kotwica posiada masę  $m$ . Wobec tego równanie powrotnego ruchu kotwicy w formie różniczkowej będzie się przedstawiało

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_y - F_r \quad (53)$$

gdzie:

$m$  — masa części ruchomych przeniesiona do środka kotwicy,

$y$  — droga przebyta przez kotwicę mierzona od pozycji pracy.

Podstawiając do wzoru (53) poprzednio określone wyrażenie na siłę przyciągającą i odciągającą otrzymamy

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = 2F_0 \frac{t}{\tau_z} - F_0 \frac{t^2}{\tau_z^2} - \frac{F_0 - F_p}{\delta_s} \cdot y \quad (54)$$

Wprowadźmy następujące oznaczenia:  
współczynnik szybkości zanikania strumienia magnetycznego

$$A_1 = \frac{1}{\tau_z} \quad (55)$$

względny jednostkowy przyrost siły odciągającej

$$B_1 = \frac{F_0 - F_p}{F_0 \cdot \delta_s} \quad (56)$$

gdzie:

- $\tau_z$  — stała czasu obwodu zwartego przy kotwicy w położeniu pracy,
- $F_0$  — siła odciągająca kotwicę w położeniu pracy,
- $F_p$  — siła odciągająca kotwicę w położeniu spoczynkowym,
- $\delta_s$  — skok kotwicy.

Równanie różniczkowe ruchu kotwicy przyjmie teraz postać:

$$\frac{m}{F_0} \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} = 2 \cdot A_1 \cdot t - A_1^2 \cdot t^2 - B_1 \cdot y \quad (57)$$

Rozwiązując powyższe równanie otrzymamy, że droga przebyta przez kotwicę  $y$  w zależności od czasu jest równa:

$$y = \frac{2A_1}{B_1} \left( t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right) - \frac{A_1^2}{B_1} \left[ t^2 - \frac{2(1 - \cos \omega t)}{\omega^2} \right] \quad (58)$$

$$\omega = \frac{B_1 \cdot F_0}{m} \cdot 981 = \frac{F_0 - F_p}{m \cdot \delta_s} \cdot 981 \quad (59)$$

gdzie:

- $A_1$  — współczynnik szybkości zanikania strumienia magnetycznego według wzoru (55),
- $B_1$  — względny przyrost jednostkowy siły odciągającej według wzoru (56),
- $m$  — masa kotwicy,
- $F_0$  i  $F_p$  — siły odciągające kotwicę w obu jej skrajnych położeniach,
- $\delta_s$  — skok kotwicy.

Otrzymaliśmy wynik podobny do wyrażenia na drogę przebytą przez kotwicę przy przyciąganiu (por. wzór 23). Różnica między tymi wzorami polega na odmiennym znaku łączącym te same składniki. Analiza powrotnego ruchu kotwicy dała te same wyniki, tzn. ruch kotwicy składa się z ruchu jednostajnie opóźnionego i ruchu drgającego z dwoma składnikami przesuniętymi względem siebie o  $\pi/2$ .

Na rysunku 12 podano zgodnie ze wzorem (58) zależność drogi  $y$  przebytej przez kotwicę od czasu  $t$ , przy czym przyjęto następujące dane:

— współczynnik szybkości zanikania strumienia (wzór 55)

$$A_1 = 10 \text{ s}^{-1} \text{ przy } \tau_z = 0,100 \text{ s}$$

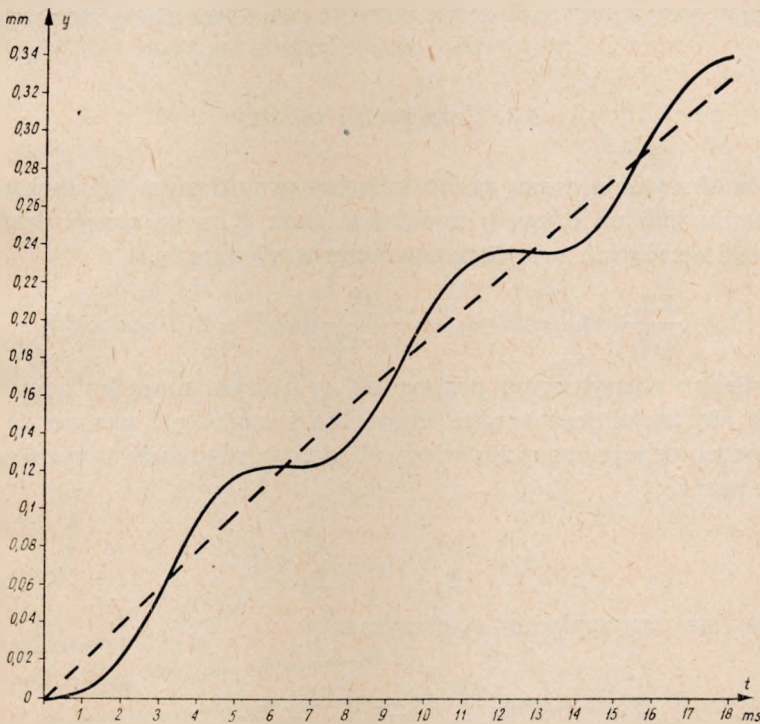
— względny przyrost jednostkowy siły odciągającej (wzór 56)

$$B_1 = 10 \text{ cm}^{-1} \text{ przy } F_0 = 200 \text{ p, } F_p = 100 \text{ p, } \delta_s = 0,1 \text{ cm}$$

— pulsacja drgań (wzór 59)

$$\omega = 1000 \text{ s}^{-1} \text{ przy } F_0 = 200 \text{ p, } F_p = 100 \text{ p, } \delta_s = 0,1 \text{ cm, } m = 1 \text{ g}$$

**Uwaga.** Przyjęto małą masę kotwicy w celu uzyskania stosunkowo dużej częstotliwości drgań.



Rys. 12. Zależność drogi przebytej przez kotwicę od czasu (zwolnienie). Krzywa przerywana — droga kotwicy przy  $m = 0$

Na rysunku 12 zaznaczono dodatkowo dla porównania linią przerywaną przebieg drogi kotwicy w przypadku braku drgań ( $m = 0$  i  $\omega = \infty$ ). Powstanie drgań podczas ruchu powrotnego kotwicy daje się wytłumaczyć w niżej podany sposób. Na początku ruchu kotwicy wskutek jej bezwładności powstaje dość duża różnica między siłą przyciągającą  $F_r$  a siłą



odciągającą  $F_y$ . Strumień magnetyczny, jak omówiono w rozdz. 2.3., zanika niezależnie od położenia kotwicy. Wobec tego siła przyciągająca  $F_r$  staje się w miarę upływu czasu coraz to mniejsza. Natomiast ze względu na to, że kotwica nie oddaliła się jeszcze od swojego położenia spoczynkowego, siła odciągająca  $F_y$  nie uległa zmniejszeniu. W następnej chwili kotwica wskutek powstałej różnicy sił ( $F_y - F_r$ ) nabiera coraz to większej prędkości i zaczyna się oddalać od swojego położenia pracy, przy czym siła odciągająca  $F_y$  zaczyna również szybko maleć. Wobec tego różnica między siłami  $F_r$  i  $F_y$  zaczyna maleć, powodując zmniejszenie przyspieszenia ruchu kotwicy. Energia kinetyczna nagromadzona w masie kotwicy powoduje dalszy jej ruch, tak że siła odciągająca kotwicę  $F_y$  staje się mniejsza od siły przyciągającej  $F_r$  i następuje silne zmniejszenie prędkości ruchu, aż do chwili kiedy znów siła przyciągająca  $F_r$  będzie mniejsza od siły odciągającej  $F_y$ . W następnym okresie powtarza się to samo zjawisko.

### 4.3. Czas ruchu kotwicy

W celu określenia czasu ruchu kotwicy przy danym jej skoku należy w wyrażeniu (58) na drogę  $y$  podstawić skok  $\delta_s$ , a na czas  $t$  czas ruchu kotwicy  $t_k$  i rozwiązać powyższe równanie względem  $t_k$ .

$$\delta_s = \frac{2A_1}{\omega B_1} (\omega t_k - \sin \omega t_k) - \frac{A_1^2}{\omega^2 \cdot B_1} [(\omega t_k)^2 - 2(1 - \cos \omega t_k)] \quad (60)$$

Początkowo rozpatrzmy przypadek, w którym masa kotwicy i poruszających się części jest bardzo niewielka i może być uznana za równą zeru. Wtedy pulsacja drgań kotwicy  $\omega$  będzie bardzo duża i wyrażenie (60) przyjmie postać:

$$\delta_s = \frac{2A_1}{B_1} \cdot t_k - \frac{A_1^2}{B_1} \cdot t_k^2 \quad (61)$$

Po rozwiązaniu względem  $t_k$  otrzymamy:

$$t_k = \frac{1}{A_1} (1 \pm \sqrt{1 - \delta_s \cdot B_1}) \quad (62)$$

Ze względu na to, że strumień magnetyczny nie może przyjąć wartości ujemnej, iloczyn  $A_1 \cdot t_k$  musi być mniejszy od 1 (por. wzór 16). Wobec tego można wziąć pod uwagę tylko jeden pierwiastek równania i czas ruchu powrotnego przy  $m = 0$  wynosi:

$$t_k = \frac{1}{A_1} (1 - \sqrt{1 - \delta_s \cdot B_1}) \quad (63)$$

Podstawiając do powyższego wyrażenia wzory (55) i (56) określające współczynniki  $A_1$  i  $B_1$  otrzymamy, że czas ruchu kotwicy przy  $m = 0$  wynosi:

$$t_k = \tau_z \left( 1 - \sqrt{\frac{F_p}{F_0}} \right) \quad (64)$$

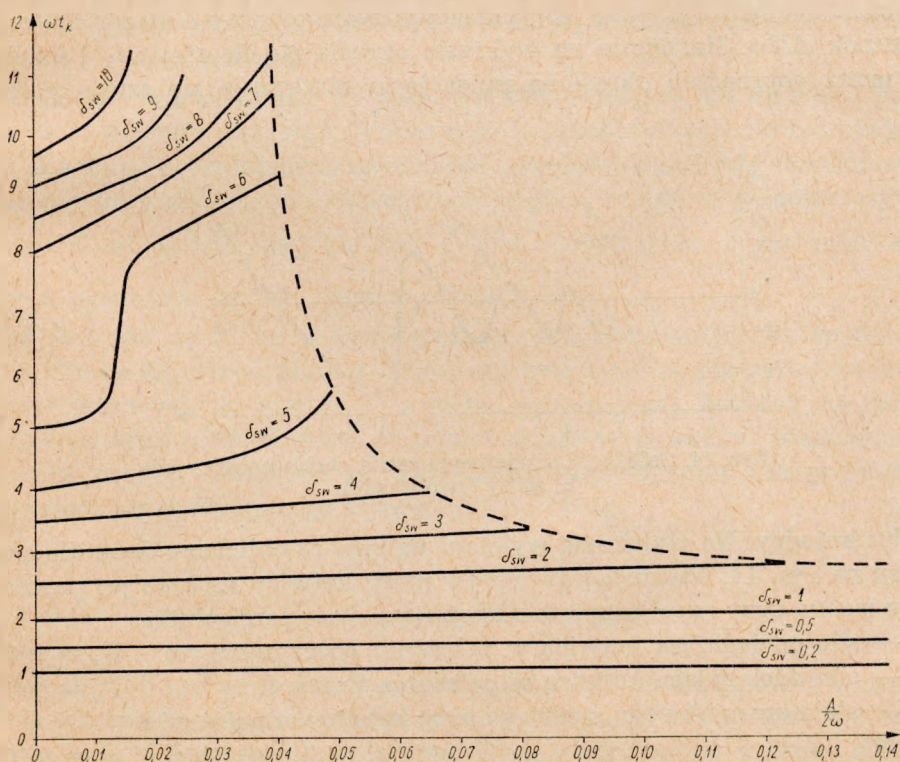
gdzie:

$\tau_z$  — stała czasu obwodu zwartego przy kotwicy w położeniu pracy,  
 $F_p$  i  $F_0$  — siły odciągające kotwicę w obu jej skrajnych położeniach.

Z powyższego wzoru widać, że czas ruchu kotwicy przy bardzo małej jej masie ( $m = 0$ ) zależy od stałej czasu obwodu zwartego oraz od stosunku sił odciągających kotwicę w obu jej położeniach.

W przypadku kiedy masa kotwicy nie może być pominięta, obliczenie czasu ruchu kotwicy jest nieco trudniejsze. W celu ułatwienia rozważań wprowadzono podoknie, jak przy omawianiu przyciągania kotwicy, pojęcie względnego skoku kotwicy, który jest równy:

$$\delta_{sw} = \frac{\omega \cdot B_1}{2A} \cdot \delta_s \quad (65)$$



Rys. 13. Zależność iloczynu  $\omega t_k$  od stosunku  $A/2\omega$  przy różnych wartościach względnego skoku kotwicy  $\delta_{sw}$  (zwolnienie kotwicy)



gdzie:

$\omega$  — pulsacja drgań kotwicy według wzoru (59),

$A_1$  i  $B_1$  — współczynniki wg wzorów (55) i (56),

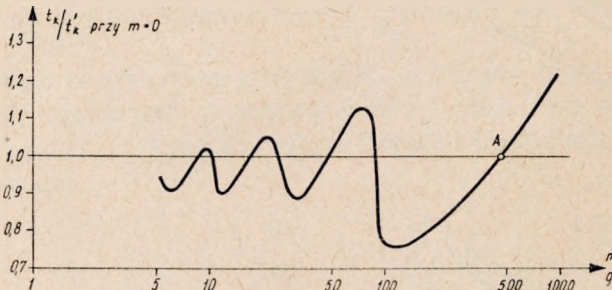
$\delta_s$  — skok kotwicy.

Zatem względny skok kotwicy w zależności od czasu ruchu kotwicy przy jej powrocie jest równy (por. wzór 60):

$$\delta_{sw} = (\omega t_k - \sin \omega t_k) - \frac{2A}{\omega} [(\omega t_k)^2 - 2(1 - \cos \omega t_k)] \quad (66)$$

Ponieważ rozwiązanie tego równania dla wartości  $\omega t_k < 20$  jest trudne, zastosowano sposób graficzny przy użyciu wykresu podanego na rys. 13. Przedstawione tam krzywe kończą się w punktach odpowiadających całkowitemu zaniknięciu strumienia magnetycznego. Przedłużenie tych krzywych odpowiada ujemnym wartościom strumienia magnetycznego, który powodowałby ponowne przyciągnięcie kotwicy do rdzenia.

W celu określenia czasu powrotnego ruchu kotwicy należy obliczyć współczynnik szybkości zaniku strumienia magnetycznego  $A_1$  (wzór 55), względny jednostkowy przyrost siły odciągającej  $B_1$  (wzór 56), względny skok dźwigni  $\delta_{sw}$  (wzór 65), pulsację drgań kotwicy  $\omega$  (wzór 59) oraz stosunek  $A/2\omega$ . Następnie na wykresie określa się iloczyn  $\omega t_k$  i dzieląc go przez poprzednio określoną pulsację  $\omega$  otrzymuje się szukany czas



Rys. 14. Zależność względnego czasu ruchu kotwicy od jej masy (zwolnienie)

ruchu kotwicy. Na podstawie wykresu na rys. 13 obliczono dane dla wykresu na rys. 14, obrazującego wpływ masy kotwicy na czas jej powrotnego ruchu, przy czym przyjęto następujące dane przekaznika:

- siła odciągająca kotwicę w położeniu spoczynkowym  $F_p = 200$  p
- siła odciągająca kotwicę w położeniu pracy  $F_0 = 500$  p
- stała czasu obwodu zwartego przy kotwicy w położeniu pracy  $\tau_z = 0,10$  s
- skok kotwicy  $\delta_s = 0,1$  cm



Na rysunku 14 podano zależność od masy względnego czasu ruchu kotwicy  $t_k/t_k^*$  przy  $m = 0$ . Przy mniejszych wartościach masy zachodzą podobne, jak przy przyciąganiu, okresowe zmiany czasu ruchu, przy czym odchylenia od czasu ruchu przy  $m = 0$  są rzędu 25%. Podobnie i w tym przypadku istnieje graniczna wartość masy, do której czas ruchu powrotnego kotwicy może być uznany praktycznie jednakowy (punkt A na rys. 14). Dla punktu A iloczyn

$$\omega t_k \approx 2,9 \quad (67)$$

Podstawiając do powyższego wyrażenia wzór (59) określający pulsację drgań kotwicy oraz wyrażenie (64) określające czas ruchu kotwicy przy  $m = 0$  i rozwiązując go w stosunku do  $m$  otrzymamy, że graniczna wartość masy kotwicy przy powrotnym ruchu jest równa

$$m_g = 120 (\tau_z)^2 \cdot \frac{F_0 - F_p}{\delta_s} \left( 1 - \sqrt{\frac{F_p}{F_0}} \right) \quad (68)$$

gdzie:

$\tau_z$  — stała czasu obwodu zwartego przy kotwicy w położeniu pracy,

$F_p$  i  $F_0$  — siły odciągające kotwicę w obu jej krańcowych położeniach,

$\tau_s$  — skok kotwicy.

Graniczna wartość masy kotwicy jest tym mniejsza, im mniejsza jest stała czasu obwodu zwartego. Wobec tego w przekaźnikach nie posiadających obwodów opóźniających zwolnienie, graniczna masa jest stosunkowo mała, np. przy stałej czasu obwodu zwartego  $\tau_z = 0,01$  s, jednostkowym przyroście sił odciągającej kotwicę  $\frac{F_0 - F_p}{\delta_s} = 2000$  p/cm i stosunku sił  $\frac{F_0}{F_p} = 4$ , graniczna wartość masy  $m_g \approx 13$  g.

Ze względu na to, że w przekaźnikach przystosowanych do szybkiej pracy należy się liczyć tylko z obwodami zwartymi w postaci obwodów prądów wirowych w rdze iu i jarzmie, wpływ masy kotwicy na czas zwolnienia tych przekaźników może być zupełnie poważny. Stała czasu obwodów prądów wirowych w przekaźniku telefonicznym dla przeciętnego żelaza przekaźnikowego wynosi od 5 do 10 ms.

#### 4.4. Czas przełączania układów sprężyn

Przyjmując podobnie jak poprzednio założenia co do momentów rozwarcia styków spoczynkowych w czasie powrotnego ruchu kotwicy dochodzi się do takich samych wniosków. Istnieją mianowicie wartości masy kotwicy, przy których czas przełączania układów sprężyn jest zmniejszo-

ny. W przybliżeniu można podać, że w celu uzyskania minimalnego czasu przełączania układów sprężyn iloczyn  $\omega t_k$  powinien się zawierać w granicach od 2,0 do 4,5.

#### 4.5. Swobodny ruch kotwicy

Dla porównania z normalnym ruchem powrotnym rozpatrzmy wypadek nieco teoretyczny. Kotwica przekaźnika została przestawiona w sposób mechaniczny (bez zacięcia obwodu uzwojenia) w pozycji pracy i nagle zwolniczna. W tym przypadku nie ma hamującego działania zanikającego strumienia magnetycznego i w związku z tym czas powrotnego ruchu kotwicy jest znacznie krótszy. Wykorzystując wzór (57) na czas powrotnego ruchu kotwicy otrzymamy, że przy założeniu  $F_r = 0$  równanie różniczkowe drogi kotwicy będzie miało postać

$$\frac{m}{F_0} \cdot \frac{\ddot{c}^2 y}{\dot{c} t^2} = 1 - B_1 \cdot y \quad (69)$$

Rozwiązując to równanie otrzymamy, że droga przebyta przez kotwicę jest równa:

$$y = \frac{1 - \sin \omega t}{B_1} \quad (70)$$

$$\text{przy czym pulsacja drgań kotwicy } \omega = \sqrt{\frac{F_0 - F_p}{m \cdot \delta_s} \cdot 981} \quad (71)$$

oraz względny jednostkowy przyrost siły odciągającej kotwicę

$$B_1 = \frac{F_0 - F_p}{F_0 - \delta_s} \quad (72)$$

Podstawiając do wzoru (70) na  $y$  skok kotwicy  $\delta_s$  oraz na czas  $t$  czas ruchu kotwicy  $t_k$  i rozwiązując w stosunku do  $t_k$  otrzymamy, że czas zwolnienia kotwicy w rozpatrywanym przypadku jest równy

$$t_k = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{F_p}{F_0} \quad (73)$$

gdzie:

$\omega$  — pulsacja wg wzoru (71),

$F_p$  i  $F_0$  — siły odciągające kotwicę w obu jej skrajnych położeniach.

Cbliczając czas swobodnego ruchu kotwicy przy następujących danych  $F_0 = 500$  p,  $F_p = 200$  p,  $\delta_s = 0,1$  cm i  $m = 16$  g otrzymamy  $t_k = 1,5$  ms. Natomiast dla normalnej pracy przekaźnika przy stałej czasie obwodu zwarłego  $\tau_z = 0,1$  czas powrotnego ruchu kotwicy wynosi  $t_k = 36$  ms. Z zestawienia tych wyników wyraźnie widać, jaki poważny wpływ na czas ruchu kotwicy ma hamujące działanie zanikającego strumienia magnetycznego.

## 5. ZAKOŃCZENIE

Wyprowadzone w niniejszym artykule wzory odnoszą się zgodnie z założeniami do pewnych wyidealizowanych warunków pracy przekaźnika. W przeciętnym przekaźniku telefonicznym przebieg siły odciągającej kotwicę nie tworzy linii prostej, jak to podano na rys. 1. Zazwyczaj jest to krzywa łamana składająca się z kilku cdcinków prostych. Współczynnik bezpieczeństwa przyciągania  $X_p$  w określeniu przyjętym w przeprowadzonych rozumowaniach również nie jest rzeczywistym współczynnikiem bezpieczeństwa przyciągania przekaźnika i w związku z tym posiada znacznie większe wartości niż to spotyka się w praktyce. Jako zadanie przeprowadzanych rozważań postawicno sobie wykrycie zasadniczych związków między czasem ruchu kotwicy a danymi przekaźnika. Takie związki zostały wykryte i uwidocznione w postaci odpowiednich wzorów. Rozważania powyższe z jednej strony pozwalają na dokładniejsze zdanie sobie sprawy z przebiegu zjawisk zachodzących podczas ruchu kotwicy. Z drugiej strony mogą być pomocne przy projektowaniu przekaźników szybko działających i przekaźników o opóźnionym działaniu.

Zależność czasu ruchu kotwicy od przeciążenia uzwojenia i sił oddziaływania układów sprężyn jest zupełnie zrozumiałe. Natomiast mniej znana była zależność czasu ruchu od stałej czasu obwodu uzwojenia przy zadziałaniu przekaźnika i od stałej czasu obwodu zwartego przy jego zwalnianiu. Poza tym często uważano, że wpływ masy układu ruchomego w każdym przypadku powoduje przedłużenie czasu ruchu kotwicy. Z przeprowadzonych rozważań wynika, że ujemny ten wpływ zaczyna się dla masy kotwicy większej od jej granicznej wartości, przy czym w niektórych przypadkach można uzyskać skrócenie czasu ruchu kotwicy i czasu przełączenia sprężyn przez odpowiednie dobranie masy układu ruchomego. Należy zaznaczyć, że podane wzory mogą służyć jedynie jako wskazówki co do wielkości wchodzących w rachubę, a właściwie dobranie ich może się odbywać tylko na drodze doświadczalnej.

*К. Кассэнберг*

### ДВИЖЕНИЕ ЯКОРЯ В НЕЙТРАЛЬНОМ ТЕЛЕФОННОМ РЕЛЕ

#### Резюме

Явления происходящие в нейтральном телефонном реле во время движения якоря являются довольно сложными и трудно их заключить в аналитическую форму. Однако в случае принятия некоторых идеальных условий работы можно получить формулы, которые позволят не столько рассчитать время движения



якоря в конкретном реле, сколько изучить механизм происходящих во время движения якоря явлений. Оказалось, что движение якоря является сложным движением, состоящим из равномерно переменного движения и колебательного движения частотой зависимой от массы подвижных частей и от единичного приращения силы воздействия переключаемых систем пружин. Время движения якоря зависит также от постоянной времени цепи обмотки, коэффициента надежности притяжения, отношения сил воздействия систем пружин в крайних положениях якоря и массы движущихся частей. Кроме этого довольно характеристической является зависимость движения якоря от массы подвижных частей. Существует ведь граничное значение массы якоря, ниже которого влияние этой массы на время движения якоря практически можно не учитывать.

*K. Kassenberg*

#### ARMATURE MOTION OF AN NEUTRAL TELEPHONE RELAY

##### Summary

The phenomena in a neutral telephone relay during armature motion are rather complicated and difficult for analytical presentation.

However, if some ideal working conditions were assumed, it is possible by means of some obtained formulae, if not to count the armature motion time of a given relay, at any rate to get a better knowledge of the mechanism of occurring phenomena during armature motion.

It was established that the armature motion is composed of two motions: uniformly changing one and of an oscillatory motion of a frequency depending on the mass of moving parts and on the unitary increase of pressure of commutated contact springs.

Thereafter the action time of an armature depends on the time constant of a coil circuit, on the security coefficient of pulling and on the pressure ratio of contact springs in both extreme armature positions, as well as on the mass of moving parts.

Besides, the dependency of the armature motion on the mass of moving parts is rather characteristic, because below some critical value of the armature mass the influence of this mass upon the armature motion time is practically negligible.

*K. Kassenberg*

#### LES MOUVEMENTS DE L'ARMATURE D'UN RELAIS TÉLÉPHONIQUE NEUTRE

##### Resumé

Les phénomènes de mouvement de l'armature qui se manifestent dans un relais téléphonique neutre pendant son fonctionnement sont assez compliqués et difficiles à présenter d'une façon analytique. Cependant, dans certaines conditions de travail idéales, il est devenu possible d'obtenir des formules qui nous per-

mettrons d'apprendre et d'apprécier non pas autant le temps de passage de l'armature d'un relais concret, que d'approfondir la connaissance du mécanisme des phénomènes qui se produisent pendant le mouvement de l'armature.

On a constaté, que le mouvement de l'armature est un mouvement composé, notamment d'un mouvement uniformément varié et d'un mouvement oscillatoire, à fréquence dépendant d'une masse de parties mouvantes et de l'accroissement uniforme de la pression des ressorts commutés.

Le temps de fonctionnement de l'armature dépend donc d'une constante de temps du circuit d'enroulement, d'un coefficient de sécurité d'attraction, d'un rapport des pressions des ressorts dans les positions extrêmes de l'armature et d'une masse de parties mouvantes.

L'interdépendance du mouvement de l'armature et de la masse de parties mouvantes est assez caractéristique, car au-dessous d'une valeur critique de la masse de l'armature l'influence de cette masse sur le temps de passage de l'armature est pratiquement négligeable.

*K. Kassenberg*

## DIE ANKERBEWEGUNG IM NEUTRALEN FERNSPRECHRELAIS

### Zusammenfassung

Die Erscheinungen, welche während der Ankerbewegung im neutralen Fernsprechrelais eintreten, sind ziemlich kompliziert und schwer in eine analytische Form einschliessbar. Im Falle aber der Annahme gewisser idealen Arbeitsbedingungen kann man die Formeln erhalten, welche wenn auch nicht die Berechnung der Bewegungszeit des Ankers in einem gegebenen Relais, so doch die Ergründung des Mechanismus der bei der Ankerbewegung eintretenden Erscheinungen ermöglichen.

Es hat sich gezeigt, dass die Ankerbewegung von zwei Bewegungen zusammengestellt ist: einer gleichmässig veränderlichen und einer schwingenden mit der Frequenz, die von der Masse der beweglichen Teile und von dem Eiheiszuwachs der Druckkraft der verschalteten Federsätze abhängt.

Ferner hängt die Ankerbewegung von der Zeitkonstante des Wicklungskreises, von dem Sicherheitsfaktor des Anziehens, von dem Verhältnis der Druckkräfte der Federsätze in der beiden äusseren Lagen des Ankers und von der Masse der beweglichen Teile ab. Charakteristisch ist die Abhängigkeit der Ankerbewegung von der Masse der beweglichen Teile. Es besteht nämlich ein Grenzwert der Ankermasse, unter welchem der Einfluss dieser Masse auf die Bewegungszeit des Ankers praktisch vernachlässigt werden kann.



Cena zł 18,—