

INSTYTUT ŁĄCZNOŚCI

REFERATY  
PROBLEMOWE

Zeszyt 48

Zbigniew Kowalski

METODA WYZNACZANIA NAJEFEKTYWNIJSZYCH  
3-PUNKTOWYCH APROKSYMAT TŁUMIENNOŚCI PASMOWEJ



Warszawa - grudzień 1981

621.372.5.018.8

11  
DA

I N S T Y T U T   Ł A C Z N O Ś C I

---

KOŁO ZAKŁADOWE STOWARZYSZENIA ELEKTRYKÓW POLSKICH

Na prawach rękopisu

R E F E R A T Y   P R O B L E M O W E

Zeszyt 48

Zbigniew Kowalski

METODA WYZNACZANIA NAJEFEKTYWNIJSZYCH  
3-PUNKTOWYCH APROKSYMAT TŁUMIENNOŚCI PASMOWEJ

Warszawa - grudzień 1981

S-8969

Zespół Redakcyjny:

ur inż. Stanisław Sońta, mgr Inż. Andrzej Stagrowski  
mgr inż. Krystyna Frączek

Opracował:

dr inż. Zbigniew Kowalski

Zakład Sieci Telekomunikacyjnych /Z-3/

BIBLIOTEKA  
Instytutu Łączności  
Nr 5-8969

Instytut Łączności

04-894 Warszawa, ul. Szachowa 1, tel. 128-246

Praca Nr RB-1.2.01.F.01

Opiniował: mgr inż. Andrzej Waśniewski

Maszynopis dostarczono dnia 3 września 1981 r.

W referacie przedstawiono algebraiczną metodę tworzenia 3-punktowych aproksymat tłumienności pasmowej, charakteryzujących się efektywnością równą jedności. Podano algorytm określania wartości optymalnych częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych, przy których uzyskuje się aproksymaty o równych wagach. Wywody teoretyczne zilustrowano przykładem liczbowym dla pasma telefonicznego.

Redaktor: mgr K. Juskiewicz

Montaż tekstu: B. Drabik

---

Wpłynęło do Działu Wydawniczego Instytutu Łączności  
w Warszawie, ul. Szachowa 1 dnia 5.XI.1981 r.  
Nakład 70 egz.

Zbigniew Kowalski

METODA WYZNACZANIA NAJEFEKTYWNIJSZYCH  
3-PUNKTOWYCH APROKSYPAT TŁUMIENNOŚCI PASMOWEJ

S P I S T R E Ś C I

	Str.
1. Wprowadzenie	1
2. Parametry aproksymat	5
2.1. Wagi aproksymat; dowód tezy	5
2.2. Błąd niepoprawności aproksymat	8
3. Warunki dostateczne istnienia aproksymat o równych wagach	9
3.1. Przypadek I	9
3.2. Przypadek II	10
3.3. Przypadek III	13
3.4. Przypadek IV	15
3.5. Przypadek V	17
3.6. Warunek dostateczny istnienia optymalnych częstotliwości z jednym stopniem swobody	18
4. Algorytm wyznaczania optymalnych częstotliwości i przykład liczbowy	19
4.1. Algorytm	19
4.2. Przykład liczbowy	22
5. Zakończenie	27
Wykaz literatury	28

## 1. WPROWADZENIE

W referacie [1] zdefiniowano tłumienność pasmową czwórnika jako funkcjonat określony wzorem:

$$\bar{A} = \int_{f_d}^{f_g} g/f/\psi/f/df \quad /1-1/$$

gdzie  $g$  jest unormowaną funkcją gęstości wagi w pasmie przesyłowym o częstotliwościach granicznych: dolnej  $f_d$  i górnej  $f_g$ , zaś  $\psi$  - częstotliwościową charakterystyką tłumienności rozważanego czwórnika.

W referacie [2] wykazano, że tłumienność pasmową czwórnika można wyrazić wzorem:

$$\bar{A} = \sum_{k=1}^p G_k \cdot \psi/f_k/ + \bar{R}_p \quad /1-2/$$

gdzie  $\psi/f_k/$  oznaczają tłumienności punktowe rozważanego czwórnika przy ustalonych częstotliwościach  $f_k$  /gdzie  $k = 1, \dots, p/$ , przy czym:

$$f_d \leq f_1 < \dots < f_p \leq f_g \quad /1-3/$$

Występujące we wzorze /1-2/ wielkości  $G_k$  są współczynnikami wagowymi /wagami/ odpowiednich tłumienności punktowych, natomiast wielkość  $\bar{R}_p$  jest błędem niepoprawności oszacowania tłumienności pasmowej na podstawie kombinacji liniowej tłumienności punktowych przy częstotliwościach  $f_k$ .

Jeżeli tłumienności punktowe czwórnika są wyznaczane niedokładnie, a mianowicie, że przy każdej częstotliwości  $f_k$  /gdzie  $k = 1, \dots, p/$  tłumienność punktowa jest zmienną losową  $A_k$  nia wykazującą błędu niepoprawności, ale charakteryzującą się niezależną od częstotliwości wartością błędu standardowego niepewności, wówczas najdokładniejsze oszacowanie tłumienności pasmowej uzyskuje się w przypadku jednakowych współczynników wagowych, tzn.

$$k = 1, \dots, p$$

$$G_k = \frac{1}{p}$$

/1-4/

W tym przypadku oszacowanie tłumienności pasmowej jest zmienną losową o postaci:

$$\tilde{A} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p A_k$$

/1-5/

którą nazwano najefektywniejszą p-punktową aproksymatą tłumienności pasmowej /o efektywności równej jedności/.

W referacie [3] przedstawiono klasyczną metodę algebraiczną określania optymalnych częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych, przy których p-punktowe aproksymaty tłumienności pasmowej czwórnika wykazują maksymalną efektywność równą jedności.

W przypadku aproksymat 3-punktowych metodę tę można stosować tylko wówczas, gdy współczynnik asymetrii rozkładu wagi w pasmie przesyłowym spełnia warunek:

$$|\gamma_1| < \frac{1}{\sqrt{2}}$$

/1-6/

W takim przypadku można utworzyć 3-punktową aproksymatę o równych wagach, jeśli tylko odchylenie standardowe rozkładu wagi w pasmie przesyłowym spełnia warunek /wynikający z wymagania określonego nierównością /1-3/:

$$\sigma \leq \frac{\sigma^y}{\sqrt{2} \cos \frac{\beta}{3}}$$

/1-7/

gdzle

$$\sigma^y = \min \{ \eta - f_d, f_g - \eta \}$$

/1-8/

przy czym  $\eta$  oznacza wartość oczekiwaną rozkładu wagi w pasmie przesyłowym, zaś

$$\beta = \arccos \sqrt{2} \gamma_1$$

/1-9/

Optymalne częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych, tworzące taką aproksymatę, można określić na podstawie wzoru:

$$f_k = \eta + \sqrt{2} \sigma \cos \frac{\beta + 2/k - 3/\pi \operatorname{sgn} \beta}{3} \quad /1-10/$$

gdzie  $k = 1, 2, 3$  zaś:

$$\operatorname{sgn} \beta = \begin{cases} -1 & \text{dla } \beta < 0 \\ +1 & \text{dla } \beta \geq 0 \end{cases} \quad /1-11/$$

Celem niniejszego referatu jest przedstawienie metody określania optymalnych częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych, przy których 3-punktowa aproksymata tłumienności pasmowej wykazuje maksymalną efektywność w przypadku, gdy warunek /1-6/ nie jest spełniony.

Ponieważ to okaże się potrzebne w dalszym ciągu wywodów, przypomnijmy, że wielkości  $f_k$  /gdzie  $k = 1, 2, 3$ / określone wzorem /1-10/ są pierwiastkami rzeczywistymi wielomianu trzeciego stopnia o postaci /patrz pkt. 3.2. referatu [3]/.

$$W_3/f/ = /f - \eta/^3 - \frac{3}{2} /f - \eta/\sigma^2 - \gamma_1 \sigma^3 \quad /1-12/$$

W przypadku gdy warunek /1-6/ nie jest spełniony, wielomian  $W_3/f/$  posiada tylko jeden pierwiastek rzeczywisty i dwa zespolone sprzężone. Wielomian ten zawsze posiada dwa ekstrema<sup>x/</sup>, których odcięte można wyznaczyć z równania:

$$\frac{d}{df} W_3/f/ = 0 \quad /1-13/$$

a mianowicie:

---

<sup>x/</sup> Ponieważ zawsze jest spełniony warunek:

$$\sigma > 0$$

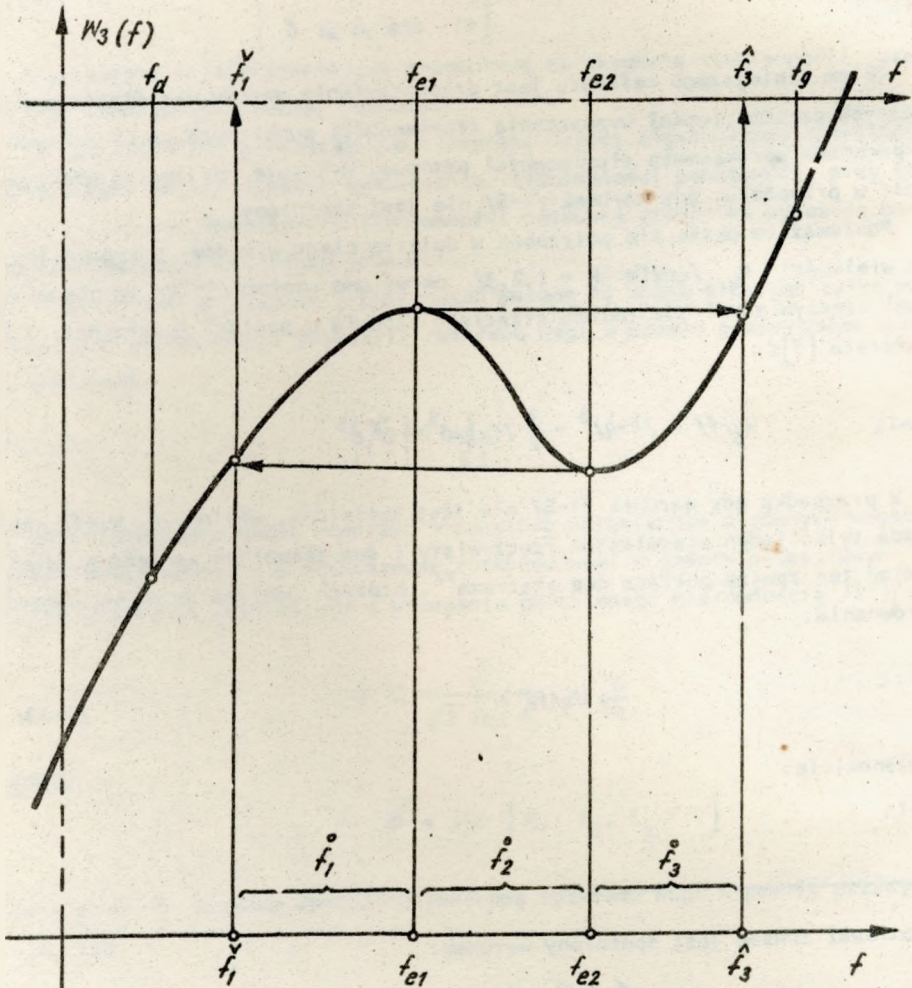
który wynika z faktu niestosowania jednopunktowego rozkładu wagi w paśmie przesyłowym.

$$f_{e1} = \eta - \frac{\sigma}{\sqrt{2}}$$

$$f_{e2} = \eta + \frac{\sigma}{\sqrt{3}}$$

./1-14/

Jak widać z rys. 1, dla każdej wartości częstotliwości  $f_2$  spełniającej warunek:



Rys. 1. Ilustracja graficzna przypadku, gdy są spełnione warunki:

$$f_d < \eta - \sqrt{2} \sigma \text{ oraz } f_g > \eta + \sqrt{2} \sigma$$



$$f_{e1} < f_c < f_{e2} \quad /1-15/$$

wielomian:

$$\overset{\circ}{W}_3/f/ = W_3/f/ - W_3/f_2/ \quad /1-16/$$

posiada trzy pierwiastki rzeczywiste.

Autor stawia tezę, że jeśli pierwiastki rzeczywiste  $\overset{\circ}{f}_1, \overset{\circ}{f}_2, \overset{\circ}{f}_3$  wielomianu  $\overset{\circ}{W}_3/f/$  leżą w przedziale pasma przesyłowego, tzn. spełniają warunek:

$$f_d \leq \overset{\circ}{f}_1 < \overset{\circ}{f}_2 < \overset{\circ}{f}_3 \leq f_g \quad /1-17/$$

to odpowiadają one optymalnym częstotliwościom wyznaczania tłumienności punktowych, tworzących najefektywniejsze 3-punktowe aproksymaty tłumienności pasmowej.

W dalszym ciągu referatu najpierw wykazemy, że jeśli jest spełniony warunek /1-17/, to pierwiastki wielomianu /1-16/ wyznaczają aproksymaty o efektywności równej jedności, a następnie ustalimy dodatkowe ograniczenia wartości  $f_2$  /wstępnie określone wzorem /1-15/ które wynikają z konieczności spełnienia warunku /1-17/.

## 2. PARAMETRY APROKSYPAT

### 2.1. Wagi aproksymat; dowód tezy

Założmy, że warunek /1-17/ jest spełniony. Podstawiając do /1-16/ wyrażenie algebraiczne /1-12/ oraz wartość tego wyrażenia dla  $f = f_2$ , otrzymamy następującą postać wielomianu:

$$\overset{\circ}{W}_3/f/ = /f-\eta/{}^3 - \frac{3}{2} /f-f_2/\sigma^2 - /f_2-\eta/{}^3 \quad /2-1/$$

Należy zwrócić uwagę, że w wyrażeniu /2-1/ nie występuje parametr  $\gamma_1$ , co oznacza, że pierwiastki wielomianu  $\overset{\circ}{W}_3/f/$  nie zależą od współczynnika asymetrii rozkładu wagi w pasmie przesyłowym, a więc istnieją niezależnie od warunku /1-6/.

Jeżeli wprowadzić oznaczenie:

$$\beta_2 = \arccos \sqrt{2} s_2 / s_2^2 - \frac{3}{2} / \quad /2-2/$$

gdzie:

$$s_2 = \frac{f_2 - \eta}{\delta} \quad /2-3/$$

to pierwiastki rzeczywiste<sup>x/</sup> wielomianu /2-1/ można wyrazić w postaci:

$$f_k^{\circ} = \eta + \sqrt{2} \delta \cos \frac{\beta_2 + 2/k - 3/\pi \operatorname{sgn} \beta_2}{3} \quad /2-4/$$

gdzie  $k = 1, 2, 3$ .

Uwzględniając w /2-4/ związek:

$$\cos(\beta_2 \pm \alpha) = \cos \beta_2 \cos \alpha \pm \sin \beta_2 \sin \alpha \quad /2-5/$$

i przyjmując, że  $\alpha = \frac{2}{3} \pi$  ostatecznie otrzymamy:

$$\left. \begin{aligned} f_1^{\circ} &= \eta - \frac{\delta}{\sqrt{2}} \left( \cos \frac{\beta_2}{3} + \operatorname{sgn} \beta_2 \sqrt{3} \sin \frac{\beta_2}{3} \right) \\ f_2^{\circ} &= \eta + \frac{\delta}{\sqrt{2}} \left( \cos \frac{\beta_2}{3} - \operatorname{sgn} \beta_2 \sqrt{3} \sin \frac{\beta_2}{3} \right) \\ f_3^{\circ} &= \eta + \sqrt{2} \cos \frac{\beta_2}{3} \end{aligned} \right\} \quad /2-6/$$

Jeżeli wyrażenia /2-6/ podstawimy do wzorów na współczynniki wagowe 3-punktowych aproksymat tłumienności pasmowej, a mianowicie /patrz punkt 2.2 referatu [3]/:

---

<sup>x/</sup> Istniejące, gdy  $f_2$  spełnia warunek /1-15/.

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= \frac{m_2 - m_1 / f_2 + f_3 / + f_2 f_3}{f_1^2 - f_1 / f_2 + f_3 / + f_2 f_3} \\ G_2 &= \frac{m_2 - m_1 / f_1 + f_3 / + f_1 f_3}{f_2^2 - f_2 / f_1 + f_3 / + f_1 f_3} \\ G_3 &= \frac{m_2 - m_1 / f_1 + f_2 / + f_1 f_2}{f_3^2 - f_3 / f_1 + f_2 / + f_1 f_2} \end{aligned} \right\} \quad /2-7/$$

i uwzględnimy, że

$$m_1 = \eta \quad /2-8/$$

oraz

$$m_2 = \eta^2 + \sigma^2 \quad /2-9/$$

to otrzymamy równość:

$$G_1 = G_2 = G_3 = \frac{1}{3} \quad /2-10/$$

Oznacza to, że zakładając wartość  $f_2$  w granicach określonych nierównością /1-15/ otrzymujemy ze wzoru /2-6/ wartości  $f_1$ ,  $f_2 = f_2$  i  $f_3$  takie, które umożliwiają utworzenie 3-punktowych aproksymat tłumienności pasmowej o efektywności określonej wzorem:

$$e_3 = \frac{1}{3/G_1^2 + G_2^2 + G_3^2} \quad /2-11/$$

i wynoszącej:

$$e_3 = 1 \quad /2-12/$$

W powyższy sposób utworzone 3-punktowe aproksymaty o równych wagach posiadają zatem jeden stopień swobody optymalnych częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych. Ze względu na to, że wielomian /2-1/ posiada trzy pierwiastki rzeczywiste niezależnie od warunku /1-6/, 3-punktowe aproksymaty o równych wagach z jednym stopniem swobody można utwo-

rzyć również w przypadku gdy jest spełniony warunek /1-6/, tzn. wówczas gdy istnieją najefektywniejsze 3-punktowe aproksymaty o optymalnych częstotliwościach wyznaczania tłumienności punktowych jednoznacznie określonych wzorem /1-10/.

## 2.2. Błąd niepoprawności aproksymat

Warto zwrócić uwagę, że mimo jednakowej efektywności, aproksymaty z jednym stopniem swobody optymalnych częstotliwości wykazują niższy rząd dokładności od aproksymat tworzonych przy optymalnych częstotliwościach jednoznacznie określonych wzorem /1-10/. Mianowicie najefektywniejsze 3-punktowe aproksymaty tłumienności pasmowej tworzone na podstawie optymalnych częstotliwości określonych wzorem /2-4/ wykazują błąd niepoprawności, którego moduł jest ograniczony następującą nierównością /patrz pkt 2.2 referatu [3]/:

$$|\bar{R}_3| \leq \frac{M_3}{3T} |m_3 - m_2/f_1 + f_2 + f_3 + m_1/f_1 f_2 + f_1 f_3 + f_2 f_3 - f_1 f_2 f_3| \quad /2-13/$$

Jeśli w tym wzorze uwzględnimy zależności /2-6/, /2-9/ oraz związek:

$$m_3 = \gamma_1 \sigma^3 + 3\eta \sigma^2 + \eta^3 \quad /2-14/$$

to otrzymamy:

$$|\bar{R}_3| \leq \frac{M_3}{3T} \sigma^3 \left| \gamma_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \beta_2 \right| \quad /2-15/$$

gdzie  $M_3$  oznacza maksymalną wartość modułu trzeciej pochodnej częstotliwościowej charakterystyki tłumienności czwórnik w pasmie przesyłowym. Natomiast w przypadku najefektywniejszych 3-punktowych aproksymat tłumienności pasmowej tworzonych na podstawie optymalnych częstotliwości określonych wzorem /1-10/ zachodzi związek /1-9/, a wówczas:

$$|\bar{R}_3| \leq \frac{M_3}{3T} \sigma^3 \cdot 0 \quad /2-16/$$

co oznacza, że błąd niepoprawności takich aproksymat nie zależy od warto-

ści trzeciej pochodnej częstotliwościowej charakterystyki tłumienności czwórnika.

### 3. WARUNKI DOSTATECZNE ISTNIENIA APROKSYMAT O RÓWNYCH WAGACH

#### 3.1. Przypadek I

Warunki dostateczne istnienia aproksymat o równych wagach zachodzą wówczas, gdy pierwiastki rzeczywiste wielomianu /2-1/ określone wzorem /2-4/ spełniają nierówność /1-17/.

Rozważmy kilka przypadków. Jako pierwszy rozważmy przypadek przedstawiony na rys. 1, w którym nierówność /1-17/ jest spełniona przy założeniu dowolnej wartości  $f_2$  z przedziału określonego nierównościami /1-15/. W tym przypadku muszą być jednocześnie spełnione dwa warunki, a mianowicie:

$$f_d \leq \check{f}_1 \quad /3-1/$$

oraz

$$\hat{f}_3 \leq f_g \quad /3-2/$$

W powyższych nierównościach:

$$\check{f}_1 = \min \left\{ W_3^{-1} \left[ W_3 / f_{e2} \right] \right\} \quad /3-3/$$

oraz

$$\hat{f}_3 = \max \left\{ W_3^{-1} \left[ W_3 / f_{e1} \right] \right\} \quad /3-4/$$

są częstotliwościami: minimalną, przy której wielomian  $W_3/f/$  osiąga wartość równą wartości ekstremalnej przy częstotliwości  $f_{e2}$  oraz maksymalną, przy której wielomian  $W_3/f/$  osiąga wartość równą wartości ekstremalnej przy częstotliwości  $f_{e1}$  /patrz rys. 1/.

Efektywne wyznaczenie częstotliwości  $\check{f}_1$  oraz  $\hat{f}_3$  polega na znalezieniu pierwiastków wielomianów:

$$\frac{e}{W_3/f/} = W_3/f/ - W_3/f_e/ \quad /3-5/$$

w których wielkości  $f_e$  są określone wzorem /1-14/. Wielomiany te mają postać:

$$\frac{e}{W_3/f} = 1/f - \eta/3 - \frac{3}{2} /f - f_e / \delta^2 - /f_e - \eta/3 \quad /3-6/$$

I dają następujące ostateczne rozwiązania:

$$\check{f}_1 = \eta - \sqrt{2} \delta. \quad /3-7/$$

oraz

$$\hat{f}_3 = \eta + \sqrt{2} \delta \quad /3-8/$$

Podstawiając /3-7/ do /3-1/ oraz /3-8/ do /3-2/ otrzymujemy warunek dostateczny istnienia aproksymat o równych wagach dla wszystkich wartości  $f_2 = \check{f}_2$  z przedziału określonego nierównością /1-15/ w następującej postaci:

$$\delta \leq \frac{\sigma^y}{\sqrt{2}} \quad /3-9/$$

gdzie  $\sigma^y$  jest określone wzorem /1-8/.

Jak widać z rys. 1, w rozważanym przypadku przedziały zmienności optymalnych częstotliwości wynoszą:

$$\begin{aligned} \check{f}_1 &\in (\check{f}_1, f_{e1}) \\ \check{f}_2 &\in (f_{e1}, f_{e2}) \\ \check{f}_3 &\in (f_{e2}, \hat{f}_3) \end{aligned} \quad /3-10/$$

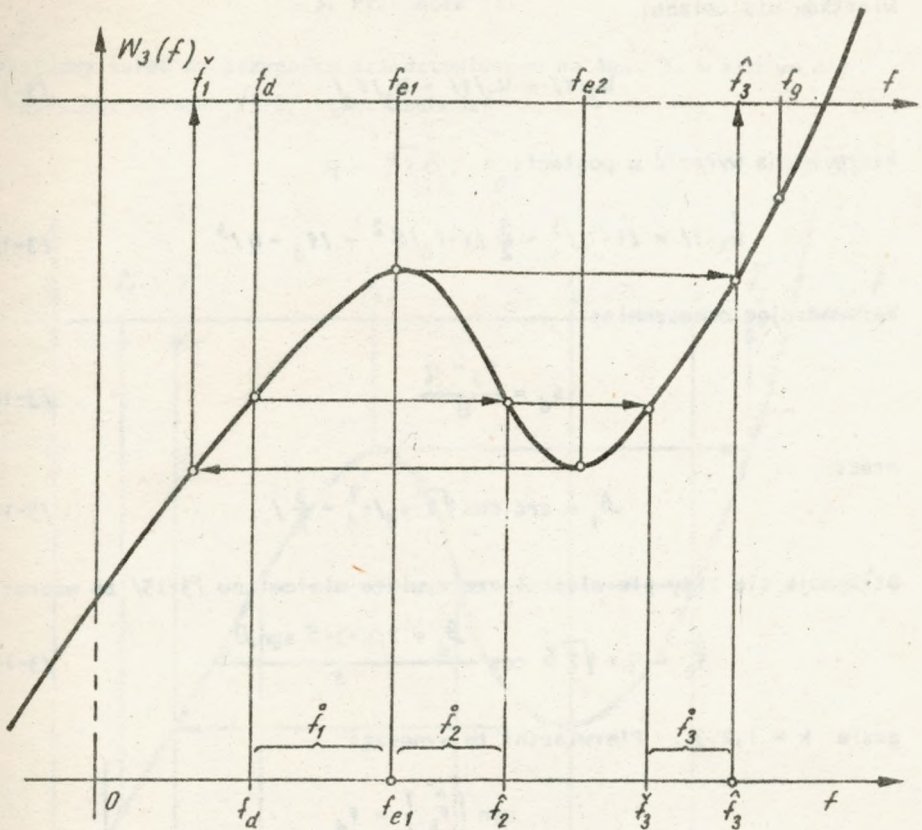
### 3.2. Przypadek II

Przejdźmy obecnie do przypadku przedstawionego na rys. 2, w którym warunek /3-1/ nie jest spełniony, tzn. zachodzi:

$$f_d > \eta - \sqrt{2} \delta \quad /3-11/$$

co jest równoważne warunkowi:

$$\delta > \frac{\eta - f_d}{\sqrt{2}} \quad /3-12/$$



Rys. 2. Ilustracja graficzna przypadku, gdy są spełnione warunki:

$$f_d > \eta - \sqrt{2\sigma} \quad \text{oraz} \quad f_g > \eta + \sqrt{2\sigma}$$

W tym przypadku zachodzi zawężenie górnej granicy przedziału zmienności  $f_2 = \hat{f}_2$  do wartości:

$$\hat{f}_2 = \text{med} \left\{ W_3^{-1} \left[ W_3 / f_d \right] \right\} \quad /3-13/$$

tnz. środkowej częstotliwości, przy której wielomian  $W_3/f$  osiąga wartość równą wartości przy dolnej częstotliwości granicznej  $f_d$  pasma przesyłowego.

Efektywne wyznaczanie częstotliwości  $\hat{f}_2$  polega na znalezieniu pier-

własków wielomianu:

$$W_3^d/f/ = W_3/f/ - W_3/f_d/ \quad /3-14/$$

który można wyrazić w postaci:

$$W_3^d/f/ = /f - \eta/^3 - \frac{3}{2} /f - f_d/ \sigma^2 - /f_d - \eta/^3 \quad /3-15/$$

Wprowadzając oznaczenia:

$$s_d = \frac{f_d - \eta}{\sigma} \quad /3-16/$$

oraz:

$$\beta_d = \arccos \sqrt{2} s_d / s_d^2 - \frac{3}{2} / \quad /3-17/$$

otrzymuje się trzy pierwiastki rzeczywiste wielomianu /3-15/ ze wzoru:

$$\hat{f}_k = \eta + \sqrt{2} \sigma \cos \frac{\beta_d + 2/k - 3/\pi \operatorname{sgn} \beta_d}{3} \quad /3-18/$$

gdzie  $k = 1, 2, 3$ . Pierwiastki te wynoszą:

$$\left. \begin{aligned} \min \{ \hat{f}_k \} &= f_d \\ \operatorname{med} \{ \hat{f}_k \} &= \eta - \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \left( \cos \frac{\beta_d}{3} - \operatorname{sgn} \beta_d \sqrt{3} \sin \frac{\beta_d}{3} \right) = \hat{f}_2 \end{aligned} \right\} \quad /3-19/$$

oraz

$$\max \{ \hat{f}_k \} = \eta + \sqrt{2} \sigma \cos \frac{\beta_d}{3} = \hat{f}_3$$

Jak widać z rys. 2, w rozważanym przypadku przedziały zmienności optymalnych częstotliwości wynoszą:

$$\left. \begin{aligned} \hat{f}_1 &\in [f_d, f_{e1}) \\ \hat{f}_2 &\in (f_{e1}, \hat{f}_2] \\ \hat{f}_3 &\in [\hat{f}_3, \hat{f}_3) \end{aligned} \right\} \quad /3-20/$$

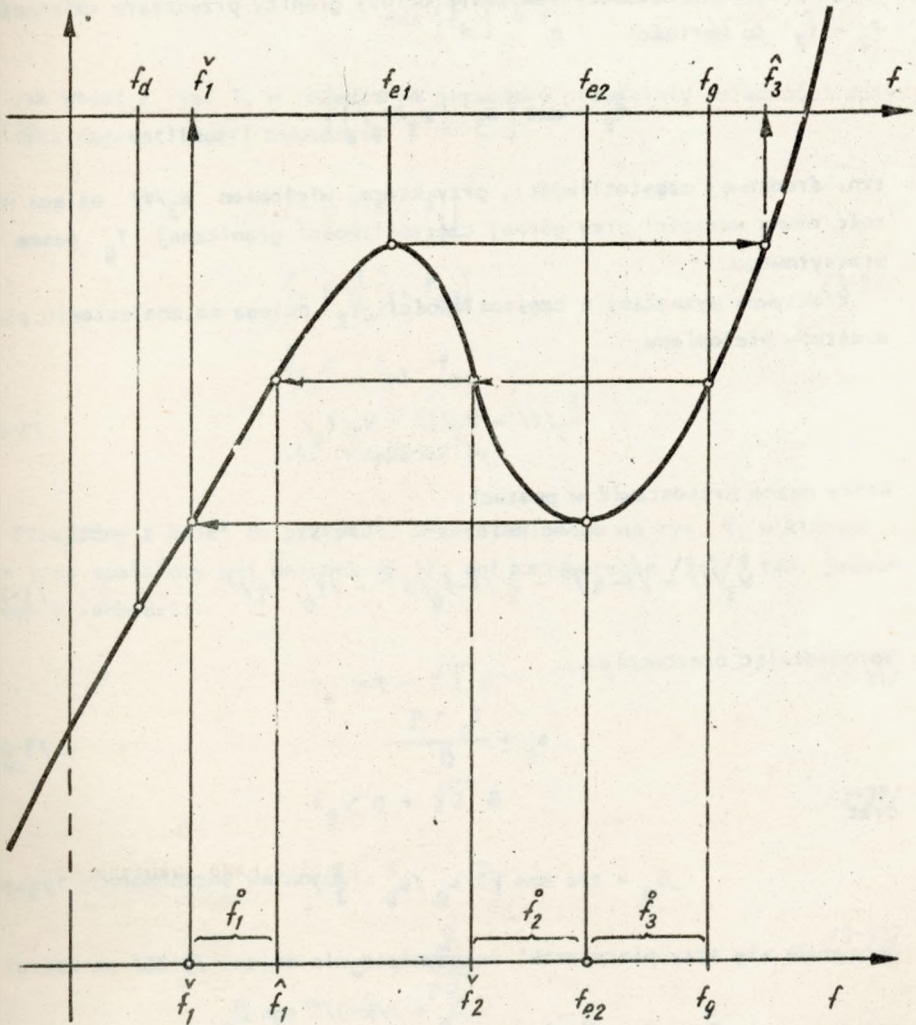


## 3.3. Przypadek III

Przejdźmy teraz do przypadku przedstawionego na rys. 3, w którym, nie jest spełniony warunek /3-2/, tzn. zachodzi:

$$\eta + \sqrt{2\sigma} > f_g$$

/3-21/



Rys. 3. Ilustracja graficzna przypadku, gdy są spełnione warunki:

$$f_d < \eta - \sqrt{2\sigma} \text{ oraz } f_g < \sqrt{2\sigma}$$

co jest równoważne warunkowi:

$$\sigma > \frac{f_g - \eta}{\sqrt{2}} \quad /3-22/$$

W tym przypadku zachodzi zawężenie dolnej granicy przedziału zmienności  $f_2 = \overset{\circ}{f}_2$  do wartości

$$\overset{\circ}{f}_2 = \text{med} \left\{ W_3^{-1} [W_3/f_g/] \right\} \quad /3-23/$$

tnz. środkowej częstotliwości, przy której wielomian  $W_3/f/$  osiąga wartość równą wartości przy górnej częstotliwości granicznej  $f_g$  pasma przesyłowego.

Efektywne wyznaczenie częstotliwości  $\overset{\circ}{f}_2$  polega na znalezieniu pierwiastków wielomianu:

$$\overset{g}{W}_3/f/ = W_3/f/ - W_3/f_g/ \quad /3-24/$$

który można przedstawić w postaci:

$$\overset{g}{W}_3/f/ = /f - \eta/{}^3 - \frac{3}{2} /f - f_g/ \sigma^2 - /f_g - \eta/{}^3 \quad /3-25/$$

Wprowadzając oznaczenia:

$$s_g = \frac{f_g - \eta}{\sigma} \quad /3-26/$$

oraz

$$\beta_g = \arccos \sqrt{2} s_g / s_g^2 - \frac{3}{2} / \quad /3-27/$$

otrzymuje się trzy pierwiastki rzeczywiste wielomianu /3-25/ ze wzoru:

$$\overset{\circ}{f}_k = \eta + \sqrt{2} \sigma \cos \frac{\beta_g + 2/k - 3/\pi \operatorname{sgn} \beta_g}{3} \quad /3-28/$$

gdzie  $k = 1, 2, 3$ . Pierwiastki te wynoszą:

$$\left. \begin{aligned} \min \{ \hat{f}_k^v \} &= \eta - \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \left( \cos \frac{\beta_g}{3} + \operatorname{sgn} \beta_g \sqrt{3} \sin \frac{\beta_g}{3} \right) = \hat{f}_1 \\ \operatorname{med} \{ \hat{f}_k^v \} &= \eta - \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \left( \cos \frac{\beta_g}{3} - \operatorname{sgn} \beta_g \sqrt{3} \sin \frac{\beta_g}{3} \right) = \hat{f}_2 \end{aligned} \right\} /3-29/$$

oraz

$$\max \{ \hat{f}_k^v \} = f_g$$

Jak widać z rys. 3, w rozważanym przypadku przedziały zmienności optymalnych częstotliwości wynoszą:

$$\begin{aligned} \hat{f}_1 &\in (\hat{f}_1^v, \hat{f}_1) \\ \hat{f}_2 &\in [\hat{f}_2^v, \hat{f}_2) \\ \hat{f}_3 &\in (f_{e2}, f_g) \end{aligned} \quad /3-30/$$

#### 3.4. Przypadek IV

Przejdźmy z kolei do przypadku przedstawionego na rys. 4, w którym nie jest spełniony ani warunek /3-1/, ani też warunek /3-2/, tzn. jednocześnie zachodzi:

$$f_d > \eta - \sqrt{2} \sigma \quad /3-31/$$

oraz

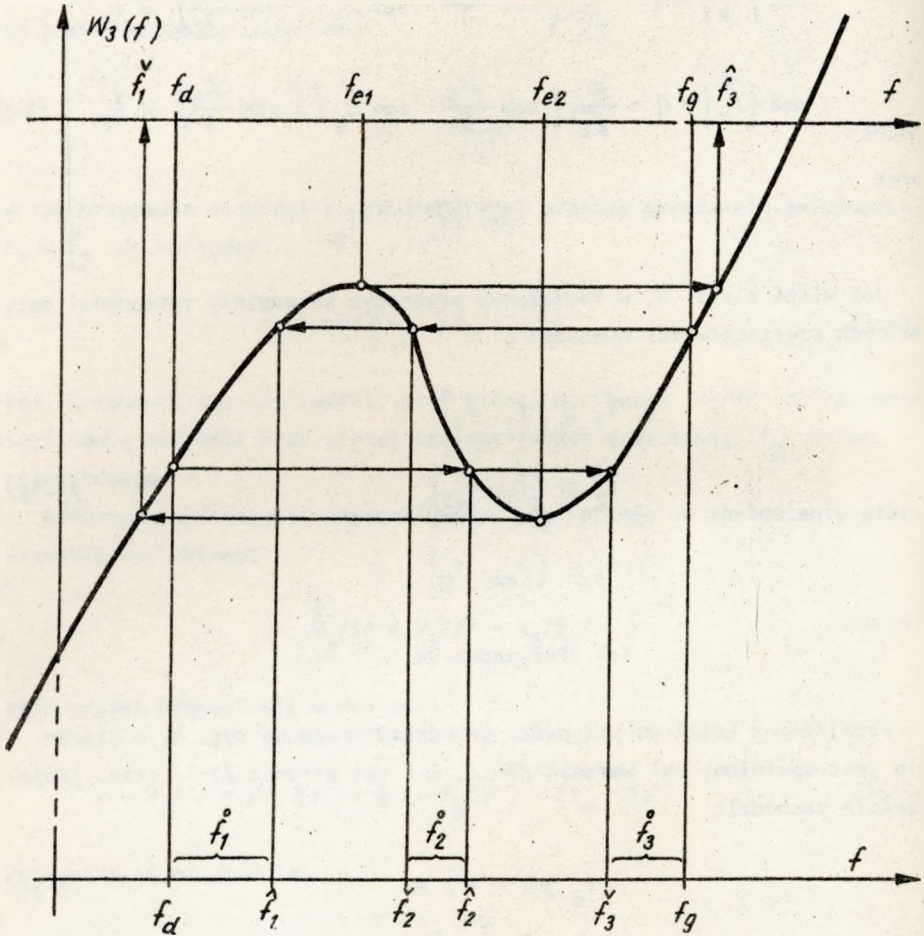
$$f_g < \eta + \sqrt{2} \sigma \quad /3-32/$$

co jest równoznaczne warunkowi:

$$\sigma > \frac{\hat{\delta}}{\sqrt{2}} \quad /3-33/$$

gdzie:

$$\hat{\delta} = \max \{ \eta - f_d, f_g - \eta \} \quad /3-34/$$



Rys. 4. Ilustracja graficzna przypadku, gdy są spełnione warunki:

$$f_d > \eta - \sqrt{2} \sigma \text{ oraz } f_g < \eta + \sqrt{2} \sigma$$

W tym przypadku zachodzi zawężenie obu granic przedziału zmienności  $f_2 = \overset{\circ}{f}_2$ , dolnej do wartości  $\overset{\vee}{f}_2$  określonej wzorami /3-23/ i /3-29/ oraz górnej do wartości  $\overset{\wedge}{f}_2$  określonej wzorami /3-13/ i /3-19/.

Jak widać z rys. 4, w rozważanym przypadku przedziały zmienności optymalnych częstotliwości wynoszą:

$$\left. \begin{aligned} \overset{\circ}{f}_1 &\in [f_d, \hat{f}_1] \\ \overset{\circ}{f}_2 &\in [\overset{v}{f}_2, \hat{f}_2] \\ \overset{\circ}{f}_3 &\in [\overset{v}{f}_3, f_g] \end{aligned} \right\} /3-35/$$

## 3.5. Przypadek V

Na zakończenie rozważmy przypadek przedstawiony na rys. 5, w którym jest spełniony warunek /3-33/, ale spada do zera szerokość przedziałów zmienności optymalnych częstotliwości, tzn.:

$$\overset{\circ}{f}_1 = f_d$$

$$\overset{\circ}{f}_2 = \text{med} \left\{ W_3^{-1} [W_3/f_d] \right\} = \text{med} \left\{ W_3^{-1} [W_3/f_g] \right\} /3-36/$$

$$\overset{\circ}{f}_3 = f_g$$

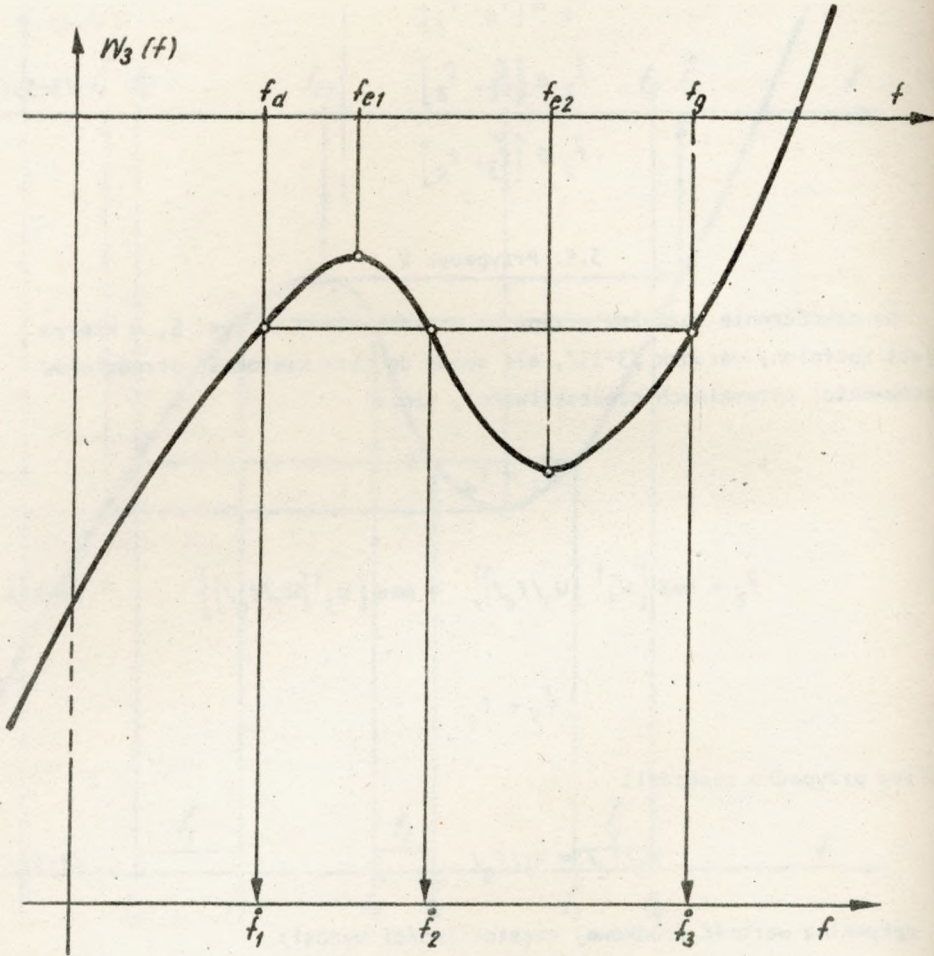
W tym przypadku zachodzi:

$$W_3/f_d = W_3/f_g /3-37/$$

i optymalna wartość środkowej częstotliwości wynosi:

$$\overset{\circ}{f}_2 = \eta + \frac{G}{\sqrt{2}} \left( \text{sgn} \beta_d \sqrt{3} \sin \frac{\beta_d}{3} - \cos \frac{\beta_d}{3} \right) /3-38/$$

gdzie  $\beta_d$  jest określone wzorem /3-17/.



Rys. 5. Ilustracja graficzna przypadku, w którym jest spełniony warunek:  $W_3/f_d' = W_3/f_g'$

### 3.6. Warunek dostateczny istnienia optymalnych częstotliwości z jednym stopniem swobody

Z porównania przypadków przedstawionych na rysunkach 4 i 5 widać, że warunek istnienia co najmniej zerowej szerokości przedziałów zmienności optymalnych częstotliwości można wyrazić w postaci:

$$W_3/f_d' \leq W_3/f_g'$$

Podstawiając do powyższej nierówności wartości wielomianu  $W_3/f$  wyrażonego wzorem /1-12/, określone odpowiednio w punktach  $f = f_d$  oraz  $f = f_g$ , otrzymamy warunek dostateczny istnienia 3-punktowych aproksymat o równych wagach:

$$\hat{\sigma} \leq \hat{\sigma} \quad /3-40/$$

gdzie:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{2}{3} / f_g^2 + f_g f_d + f_d^2 / - 2\eta / f_g - \eta + f_d /} \quad /3-41/$$

Na zakończenie, warto zwrócić uwagę dotyczącą wszystkich przypadków rozważonych w pkt. 3 referatu, a mianowicie, że wzrostowi wartości zakładanej częstotliwości  $f_2 = \overset{\circ}{f}_2$  towarzyszy malenie wartości odpowiednich częstotliwości  $\overset{\circ}{f}_1$  i  $\overset{\circ}{f}_3$ .

#### 4. ALGORYTM WYZNACZANIA OPTYMALNYCH CZĘSTOTLIWOŚCI I PRZYKŁAD LICZBOWY

##### 4.1. Algorytm

Algorytm wyznaczania wartości optymalnych częstotliwości, tworzących najefektywniejsze 3-punktowe aproksymaty tłumienności pasmowej jest następujący.

Na wstępie, przy danej funkcji  $g$  rozkładu wagi w pasmie przesyłowym o danych częstotliwościach granicznych  $f_d$  i  $f_g$ , wyznaczamy wartości następujących parametrów rozkładu wagi: wartości oczekiwanej  $\eta$ , odchylenia standardowego  $\hat{\sigma}$  oraz współczynnika asymetrii  $\gamma_1$ .

1-rzypunktowe aproksymaty o równych wagach trzeciego rzędu dokładności (tzn. o błędzie niepoprawności określonym wzorem /2-16/) można utworzyć, jeżeli:

1/ moduł współczynnika asymetrii  $\gamma_1$  rozkładu wagi jest dostatecznie mały, tzn. spełnia warunek /1-6/;

2/ odchylenie standardowe  $\hat{\sigma}$  rozkładu wagi jest dostatecznie małe, tzn. spełnia warunek /1-8/.

W tym przypadku istnieją jednoznacznie określone wzorem /1-10/ trzy częstotliwości optymalne wyznaczania tłumienności punktowych, charaktery-

zujące taką najefektywniejszą aproksymatę tłumienności pasmowej.

Jeżeli moduł współczynnika asymetrii rozkładu wagi jest duży, tzn. zachodzi nierówność:

$$|\gamma_1| \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \quad /4-1/$$

to nie można utworzyć trzeciego rzędu dokładności 3-punktowych aproksymat o równych wagach.

Niezależnie od wartości współczynnika asymetrii rozkładu wagi można utworzyć drugiego rzędu dokładności (tzn. o błędzie niepoprawności określonym wzorem /2-15/) 3-punktowe aproksymaty o równych wagach, jeśli tylko odchylenie standardowe  $\hat{\sigma}$  rozkładu wagi nie jest zbyt duże, tzn. spełnia warunek

$$\hat{\sigma} \leq \hat{\sigma} \quad /4-2/$$

gdzie wielkość  $\hat{\sigma}$  jest określona wzorem /3-41/.

Drugiego rzędu dokładności 3-punktowe aproksymaty o równych wagach charakteryzują się jednym stopniem swobody optymalnych częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych. Dla jednoznacznego określenia wartości tych optymalnych częstotliwości zachodzi potrzeba założenia wartości jednej z tych częstotliwości, wartości zawartej w dopuszczalnym przedziale. W praktyce technicznej zazwyczaj najdogodniejszym jest założenie odpowiedniej wartości częstotliwości  $f_2$ .

Tok postępowania przy wyznaczaniu górnej granicy dopuszczalnej zmienności częstotliwości  $f_2 = \overset{\circ}{f}_2$  jest następujący.

Wyznaczamy wartość:

$$\overset{\vee}{f}_1 = \eta - \sqrt{2} \hat{\sigma} \quad /4-3/$$

Jeżeli zachodzi warunek:

$$f_d \leq \overset{\vee}{f}_1 \quad /4-4/$$

to jako górną granicę zakresu zmienności wartości zakładanej częstotliwości  $f_2$  przyjmujemy wartość:

$$f_{e2} = \eta + \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{2}} \quad /4-5/$$



Jeżeli natomiast zachodzi warunek:

$$\hat{f}_1 < f_d \quad /4-6/$$

to jako górną granicę zakresu zmienności wartości zakładanej częstotliwości  $f_2$  przyjmujemy wartość:

$$\hat{f}_2 = \eta + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \left( \operatorname{sgn} \beta_d \sqrt{3} \sin \frac{\beta_d}{3} - \cos \frac{\beta_d}{3} \right). \quad /4-7/$$

gdzie wielkość  $\beta_d$  jest określona wzorem /3-17/.

Tok postępowania przy wyznaczaniu dolnej granicy dopuszczalnej zmienności częstotliwości  $f_2 = \hat{f}_2$  jest następujący:

Wyznaczamy wartość:

$$\hat{f}_3 = \eta + \sqrt{2} \sigma \quad /4-8/$$

Jeżeli zachodzi warunek:

$$\hat{f}_3 \leq f_g \quad /4-9/$$

to jako dolną granicę zakresu zmienności wartości zakładanej częstotliwości  $f_2$  przyjmujemy wartość:

$$f_{e1} = \eta - \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \quad /4-10/$$

Jeżeli natomiast zachodzi warunek

$$\hat{f}_3 > f_g \quad /4-11/$$

to jako dolną granicę zakresu zmienności wartości zakładanej częstotliwości  $f_2$  przyjmujemy wartość:

$$\hat{f}_2 = \eta + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \left( \operatorname{sgn} \beta_g \sqrt{3} \sin \frac{\beta_g}{3} - \cos \frac{\beta_g}{3} \right) \quad /4-12/$$

gdzie wielkość  $\beta_g$  jest określona wzorem /3-27/.

Następnie zakładamy najbardziej odpowiednią z technicznego punktu widzenia wartość częstotliwości  $f_2 = \hat{f}_2$  z dopuszczalnego przedziału zmienności:

$$\max \{ f_{e1}, \check{f}_2 \} < f_2 < \min \{ \hat{f}_2, f_{e2} \} \quad /4-13/$$

Podstawiając założoną wartość  $f_2 = \check{f}_2$  do wzoru /2-3/ obliczamy wielkość  $s_2$ , a podstawiając wartość  $s_2$  do wzoru /2-2/ obliczamy wielkość  $\beta_2$ .

W końcu obliczamy optymalne wartości pozostałych dwóch częstotliwości:

$$\check{f}_1 = \min \{ \check{f}_k \} = \eta - \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \left( \operatorname{sgn} \beta_2 \sqrt{3} \sin \frac{\beta_2}{3} + \cos \frac{\beta_2}{3} \right) \quad /4-14/$$

oraz

$$\hat{f}_3 = \max \{ \hat{f}_k \} = \eta + \sqrt{2} \sigma \cos \frac{\beta_2}{3} \quad /4-15/$$

tzn. minimalną oraz maksymalną wartość z trzech określonych wzorem /2-4/ dla  $k = 1, 2, 3$ .

#### 4.2. Przykład liczbowy

Dla przykładu rozważmy przypadek, w którym funkcja gęstości wagi ma postać /patrz pkt. 2.2 referatu [4]/:

$$g/f = \left( f \cdot \ln \frac{f}{f_d} \right)^{-1} \quad /4-16/$$

Momenty zwyczajne rozkładu wagi o gęstości określonej wzorem /4-16/ wynoszą:

$$m_r = \int_{f_d}^f f^r g/f df = \frac{f^r - f_d^r}{r \cdot \ln \frac{f}{f_d}} \quad /4-17/$$

gdzie  $r = 1, 2, 3, \dots$  oznacza rząd momentu.

Na podstawie wzorów podanych w pkt. 3.2 referatu [3] można więc obliczyć parametry:

$$\eta = m_1 \quad /4-18/$$

$$\sigma = \sqrt{m_2 - m_1^2} \quad /4-19/$$

oraz

$$\gamma_1 = \frac{m_3 - 3 m_2 m_1 + 2 m_1^3}{\sigma^3} \quad /4-20/$$

Jeżeli jako pasmo przesyłowe przyjmiemy pasmo telefonii naturalnej o częstotliwościach granicznych:  $f_d = 0,3$  kHz oraz  $f_g = 3,4$  kHz, to otrzymamy:

$$\ln \frac{f_g}{f_d} = 0,411\ 904\ 325\ 7$$

oraz, ze wzoru /4-17/:

$$m_1 = 1,276\ 903\ 410$$

$$m_2 = 2,362\ 271\ 308$$

$$m_3 = 5,392\ 788\ 734$$

Następnie, na podstawie wzorów /4-18, -19, -20/ mamy:

$$\eta = 1,276\ 903\ 410$$

$$\sigma = 0,855\ 446\ 660\ 8$$

$$\gamma_1 = 0,810\ 722\ 373\ 4$$

Ponieważ w rozważanym przypadku jest spełniony warunek /4-1/, tzn.:

$$\gamma_1 > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

więc nie istnieją jednoznacznie określone optymalne częstotliwości wyznaczenia tłumienności punktowych tworzących najefektywniejszą 3-punktową aproksymatę tłumienności pasmowej. Jednakże w tym przypadku mogą istnieć najefektywniejsze 3-punktowe aproksymaty, jeśli tylko jest spełniony warunek /4-2/. Na podstawie wzoru /3-41/ obliczamy:

$$\hat{\sigma} = 1,502\ 845\ 990$$

a więc

$$\sigma < \hat{\sigma}$$

I najefektywniejsze 3-punktowe aproksymaty tłumienności pasmowej istnieją, jednakże dla ich wyznaczenia zachodzi konieczność założenia wartości jednej z optymalizowanych częstotliwości.

Przyjmijmy, że zakładaną częstotliwością będzie  $f_2 = \hat{f}_2$  i wyznaczmy granice dopuszczalnych wartości tej częstotliwości.

W celu wyznaczenia górnej granicy na podstawie wzoru /4-3/ obliczamy:

$$f_1 = 0,067\ 119\ 140\ 4$$

a więc zachodzi warunek /4-6/ i jako górną granicę zakresu zmienności  $f_2$  przyjmujemy wielkość  $\hat{f}_2$ . Dla jej wyznaczenia obliczamy na podstawie wzoru /3-16/:

$$s_d = -1,141\ 980\ 505$$

na podstawie wzoru /3-17/:

$$\beta_d = 71,557\ 795\ 85^\circ$$

oraz na podstawie wzoru /4-17/:

$$\hat{f}_2 = 1,147\ 351\ 652$$

W celu wyznaczenia dolnej granicy zakresu zmienności zakładanej częstotliwości  $f_2$ , na podstawie wzoru /4-8/ obliczamy:

$$f_3 = 2,486\ 687\ 680$$

Ponieważ w tym przypadku jest spełniony warunek /4-9/, więc wartość dolnej granicy zakresu zmienności  $f_2$  określamy ze wzoru /4-10/, a mianowicie:

$$f_{e1} = 0,672\ 011\ 275\ 2$$

Otrzymujemy więc wymaganie, aby zakładana wartość częstotliwości  $f_2 = \hat{f}_2$  spełniała nierówność:

$$0,672\ 011\ 275\ 2 < f_2 < 1,147\ 351\ 652$$

Jeżeli jako  $f_2$  przyjmijemy podstawową częstotliwość pomiarową w pasmie telefonicznym, tzn.:

$$f_2 = 0,8 \text{ kHz}$$

to na podstawie wzoru /2-3/ otrzymamy:

$$s_2 = -0,557 \ 490 \ 527 \ 3$$

na podstawie wzoru /2-2/:

$$\beta_2 = 20,350 \ 734 \ 34^\circ$$

Stąd na podstawie wzoru /2-6/ mamy:

$$f_1 = 0,552 \ 491 \ 761 \ 6$$

$$f_2 = 0,800 \ 000 \ 000 \ 0$$

$$f_3 = 2,478 \ 218 \ 468$$

Obliczony na podstawie wzoru /2-15/ błąd niepoprawności 3-punktowej najefektywniejszej aproksymaty tłumienności pasmowej, tworzonej przy tych częstotliwościach wynosi:

$$|\bar{R}_3| \leq 0,015 \ 415 \ 641 \ 9 \cdot M_3$$

Jeżeli natomiast jako zakładaną wartość środkowej częstotliwości przyjmujemy

$$f_2 = 1,0 \text{ kHz}$$

to na podstawie wzoru /2-3/ otrzymamy:

$$s_2 = 0,323 \ 694 \ 536 \ 1$$

a na podstawie wzoru /2-2/:

$$\beta_2 = 50,305 \ 409 \ 42^\circ$$

Stąd na podstawie wzoru /2-6/ mamy:

$$f_1 = 0,395\ 464\ 503$$

$$f_2 = 1,000\ 000\ 000$$

$$f_3 = 2,435\ 245\ 727$$

Obliczony na podstawie wzoru /2-15/ błąd niepoprawności najefektywniejszej aproksymaty tłumienności pasmowej, tworzonej przy tych częstotliwościach wynosi:

$$\left| \overline{R}_3 \right| \leq 0,037\ 466\ 140 \cdot M_3$$

Oczywiście w praktyce technicznej mogą być zrealizowane 3-punktowe aproksymaty tłumienności pasmowej, utworzone przy częstotliwościach suboptymalnych. Zakładając zaokrąglenie do całkowitej liczby Hz wartości poprzednio obliczonych otrzymamy następujące charakterystyki:

W pierwszym przypadku częstotliwości suboptymalne wynoszą:

$$f_1 = 552\ \text{Hz}$$

$$f_2 = 800\ \text{Hz}$$

$$f_3 = 2\ 478\ \text{Hz}$$

Współczynniki wagowe takiej aproksymaty, obliczone na podstawie wzorów /2-7/, wynoszą:

$$G_1 = 0,332\ 843\ 286\ 3 \approx 0,332\ 8$$

$$G_2 = 0,333\ 757\ 720\ 2 \approx 0,333\ 8$$

$$G_3 = 0,333\ 401\ 993\ 4 \approx 0,333\ 4$$

a efektywność, obliczona na podstawie wzoru /2-11/, wynosi:

$$e_3 = 0,999\ 998\ 732\ 7 \approx 1 - 1,3 \cdot 10^{-6}$$

Błąd niepoprawności takiej aproksymaty, obliczony na podstawie wzoru /2-13/, wynosi:

$$|\bar{R}_3| \leq 0,015\,473\,113\,5 \cdot M_3$$

W drugim przypadku częstotliwości suboptymalne wynoszą:

$$f_1 = 395 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 1\,000 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 2\,435 \text{ Hz}$$

Współczynniki wagowe takiej aproksymaty, obliczone na podstawie wzorów /2-7/, wynoszą:

$$G_1 = 0,333\,096\,819\,5 \approx 0,333\,1$$

$$G_2 = 0,333\,504\,584\,1 \approx 0,333\,5$$

$$G_3 = 0,333\,398\,596\,4 \approx 0,333\,4$$

a efektywność, obliczona na podstawie wzoru /2-11/, wynosi:

$$e_3 = 0,999\,999\,731\,4 \approx 1 - 2,7 \cdot 10^{-7}$$

Błąd niepoprawności takiej aproksymaty, obliczony na podstawie wzoru /2-13/, wynosi:

$$|\bar{R}_3| \leq 0,037\,543\,149\,5 \cdot M_3$$

## 5. ZAKOŃCZENIE

W referacie dowiedziono, że najefektywniejsze 3-punktowe aproksymaty tłumienności pasmowej o efektywności równej jedności mogą istnieć niezależnie od wartości współczynnika asymetrii rozkładu wagi w pasmie przesłowym. Podano warunki dostateczne istnienia takich aproksymat i wykazano, że istnieje jeden stopień swobody optymalnych częstotliwości przy których są tworzone te aproksymaty. Oznacza to, że jednoznaczne określenie wartości optymalnych częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych jest możliwe dopiero wówczas, gdy zostanie założona wartość jednej z tych częstotliwości, przy czym wartość ta musi leżeć w dopuszczalnym przedziale. Określono granice tego przedziału zmienności dla częstotli-

wości środkowej, którą uznano za najbardziej odpowiednią /ze względów technicznych/ do zakładania. Podano algorytm określania wartości optymalnych częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych, przy których uzyskuje się 3-punktowe aproksymaty o efektywności równej jedności.

Wykazano, że aproksymaty z jednym stopniem swobody optymalnych częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych wykazują niższy rząd dokładności od aproksymat bez stopnia swobody częstotliwości optymalnych. Oznacza to, że błąd niepoprawności 3-punktowych najefektywniejszych aproksymat z jednym stopniem swobody zależy od wartości trzeciej pochodnej częstotliwościowej charakterystyki tłumienności czwórnika w pasmie przesyłowym, podczas gdy przy 3-punktowych najefektywniejszych aproksymatach bez stopnia swobody częstotliwości optymalnych błąd niepoprawności nie zależy od tej pochodnej /istnieje zależność tego błędu od wartości pochodnych stopnia wyższego niż 3/.

Na zakończenie warto podkreślić, że przedstawiona w referacie algebraiczna metoda tworzenia najefektywniejszych 3-punktowych aproksymat tłumienności pasmowej jest wielokrotnie prostsza od metod optymalizacyjnych, o których była mowa w pkt. 4 referatu [3]. Z tego względu autor postuluje opracowanie algebraicznych metod tworzenia najefektywniejszych aproksymat tłumienności pasmowej dla liczby punktów aproksymacji  $p > 3$ .

BIBLIOTEKA

WYKAZ LITERATURY Instytutu Łączności

Nr 5-8969

1. Kowalski Z.: Pasmowe tłumienności czwórników i ortotelefoniczna tłumienność odniesienia. Referaty Problemowe IŁ, z. 31, 1980.
2. Kowalski Z.: Zasady określania tłumienności pasmowej na podstawie danych punktowych. Referaty Problemowe IŁ, z. 36, 1980.
3. Kowalski Z.: Metody wyznaczania parametrów punktowych aproksymat tłumienności pasmowej. Referaty Problemowe IŁ, z. 47, 1981.

w przygotowaniu:

4. Kowalski Z.: Metoda kompensacyjną wyznaczania ortotelefonicznej funkcji wagi dla tłumienności pasmowej. Referaty Problemowe IŁ, z. 51, 1982.



## Dotychczas ukazały się :

1. Białobrzeski R., Sońta S.: Zastosowanie testu chi kwadrat Pearsona do weryfikacji hipotezy statystycznej, na podstawie empirycznej gęstości prawdopodobieństwa. Grudzień 1977.
2. Blinkiewicz A., Mędrzycki B., Hutnik M., Samblerski R.: Zastosowanie pamięci kasetowej PK-1 do rejestracji danych w systemie komutacyjnym E-10. Styczeń 1978.
3. Orłowski A.: Optymalizacja układu ogranicznika dynamiki zwłaszcza dla radiofonii krótkofalowej. Luty 1978.
4. Frączek K.: Zasady opracowywania wymagań techniczno-eksploatacyjnych na urządzenia pomiarowe w resorcie łączności. Marzec 1978.
5. Białobrzeski R., Dudziewicz J.: Minimalna częstość próbkowania sygnału losowego przy pomiarze jego mocy średniej. Marzec 1978.
6. Lewandowski W.: Wprowadzenie komutacji teledacyjnych kanałów cyfrowych w powszechnej telefonicznej sieci komutacyjnej z centralami elektronicznymi E-10. Kwiecień 1978.
7. Dudziewicz J.: Ogólne wytyczne w sprawie prowadzenia i dokumentowania prac naukowo-badawczych wykonywanych w Instytucie łączności. Kwiecień 1978.
8. Stągrowski A.: Metoda detekcji i pomiaru impulsów o maksymalnych i minimalnych czasach trwania w ciągu. Maj 1978.
9. Chamski J.: System CTI-B dla maszyny cyfrowej R-10. Maj 1978.
10. Puchalski E.: Kompensator napięcia stałego stosowany w układach do sprawdzania przetworników termoelektrycznych i mikropotencjometrów. Czerwiec 1978.
11. Kozłowski A.: Elektroniczny sygnalizator przywołania abonenta w aparacie telefonicznym CB. Wrzesień 1978.
12. Stasiński L.: Wyładowania łukowe w.cz. na izolatorach odciągów pionowych anten radiofonicznych. Październik 1978.
13. Walaszek S.: Zastosowanie uogólnionego rozwiązania układu o trzech stanach do analizy niezawodności. Styczeń 1979.
14. Sońta S.: Aparatura automatyczna badań sieci łączy międzymiastowych systemu ABA-3. Luty 1979.

15. Godlewski P.: Język programowania badań w systemie ABA2 i ABA3. Marzec 1979.
16. Waśniowski A.: Kombinatoryczne aspekty planowania badań sieci telekomunikacyjnej za pomocą systemu ABA-3. Kwiecień 1979.
17. Brennek L., Lebedziuk B.: System edycji, przechowywania i translacji programów w języku SAWIK dla minikomputera MERA 305. Maj 1979.
18. Godlewski P.: Aparatura sterująca systemu badaniowego ABA-3 - architektura urządzenia. Czerwiec 1979.
19. Chamski J.: Centrum eksploatacji technicznej w systemie E 10. Lipiec 1979.
20. Porada M.: Komunikat o badaniach zakłóceń impulsowych w łącach telefonicznych. Sierpień 1979.
21. Sołta S.: Generacja sygnałów losowych niezależnych obciążających kanały telefoniczne. Wrzesień 1979.
22. Karwowska-Lamparska A.: Koncepcja systemu WIDEOTEKS. Październik 1979.
23. Kowalska J.: Próba eksploatacyjna automatycznej aparatury badaniowej ABA-2 - analiza wyników, wnioski. Listopad 1979.
24. Tyrowicz M.: System zdalnej rejestracji kontroli obiektów specjalnych - REKO - . Grudzień 1979.
25. Frydrych Z.: Uwagi o wymiarowaniu wiązek łączy międzycentralowych. Styczeń 1980.
26. Frydrych Z.: O niezawodności sieci telekomunikacyjnej. Luty 1980.
27. Kisło M.: Automatyzacja stacjonarnych pomiarów propagacyjnych. Marzec 1980.
28. Mieszczanek J.: Analiza i projektowanie oscylatorów kwarcowych pracujących w układzie Pierce'a-Colpitts'a. Kwiecień 1980.
29. Frydrych Z.: Niektóre problemy projektowania dróg kolejnego wyboru. Maj 1980.
30. Laube J.: Wybrane metody projektowania cyfrowych zespołów funkcjonalnych na przykładzie projektu generatora połączeń telefonicznych. Czerwiec 1980.

31. Kowalski Z.: Pasmowe tłumienności czwórników i ortotelefoniczne tłumienności odniesienia. Lipiec 1980.
32. Proga I.: Analiza i ocena odgromników zagranicznych oraz niezbędnego do nich osprzętu na podstawie badań i obserwacji w warunkach eksploatacyjnych. Sierpień 1980.
33. Godlewski P., Zejdel A.: System automatycznej kontroli obecności i ruchu załogi AKOR. Wrzesień 1980.
34. Waśniewski A.: Problem minimalizacji czasu badania sieci w systemie ABA-3. Październik 1980.
35. Kuśmirek Z.: Impedancja wewnętrzna źródła i jej pomiar. Listopad 1980.
36. Kowalski Z.: Zasady określania tłumienności pasmowej na podstawie danych punktowych. Grudzień 1980.
37. Kowalski Z.: Punktowe aproksymaty tłumienności pasmowej przy równomiernej gęstości wagi. Styczeń 1981.
38. Frydrych Z.: Wykorzystanie sygnałów informacyjnych dla poprawy jakości załatwiania ruchu w sieci telefonicznej. Luty 1981.
39. Lech J.: Analiza możliwości szacowania średniej 1-minutowej oraz 5-sekundowej mocy szumów w kanale telefonicznym na podstawie wyników pomiarów średniej 375-milisekundowej. Marzec 1981.
40. Strużak R.: O optymalnym przydziale mocy i częstotliwości radiokomunikacyjnym stacjom nadawczym. Kwiecień 1981.
41. Kawecki A.: Określenie kumulatywnego rozkładu prawdopodobieństwa natężeń opadów atmosferycznych w Polsce dla potrzeb radiokomunikacji. Maj 1981.
42. Trechciński J.: Korzyści z wprowadzania cyfrowych centrów komutacyjnych do telefonicznych sieci strefowych. Czerwiec 1981.
43. Chamski J.: Metody badań oprogramowania użytkowego centrum eksploatacji technicznej w systemie komutacji elektronicznej E-10. Lipiec 1981.
44. Kotz F.: Problemy sterowania zapłonem tyrystorów w przekształtnikach wielofazowych. Sierpień 1981.

45. Flisek T., Klimczewska I.: Wpływ służby "zapamiętaj i przekaż" na wielkość generowanego i załatwionego ruchu w krajowej sieci telegraficznej. Wrzesień 1981.
46. Stankiewicz S.: Kalkulator - jednostka sterująca typu K77 automatycznego stanowiska pomiarowego. Październik 1981.
47. Kowalski Z.: Metody wyznaczania parametrów punktowych aproksymat tłumienności pasmowej. Listopad 1981.

Biblioteka

IL

S-8969